

八年级下册期末考试之 22 题含参数应用题的解题策略

各区期末考试中第 22 题一般为以社会经济活动为背景下的以一次函数为载体的实际应用题，主要涉及一次函数关系式和自变量取值范围，以及利用一次函数在自变量取值范围内求最值或欲取得某最值时求对应的参数值。

1. 如何求一次函数关系式及自变量取值范围：

策略：类型 a 利用日常生活中的数量关系式，比如 销售额=售价×销售量；利润=（售价-进价）×销售量-其他费用；运费=运价（元/公里）×公里数...等等不一一列举。（注意：部分试题会在题后给出相关的数量关系式则按题目要求的来列等式）

类型 b.根据题目意思利用待定系数法设 $y=kx+b(k \neq 0)$ 通过二元一次方程组求得。

一句话为：设变量 x , 列等式

关于自变量取值范围：一方面须满足实际问题的取值，比如自变量为汽车数量时只能是取自然数的，涉及到长度或面积等是不可能取负数的，这些都是隐藏条件。另一方面须满足题目所给的相关数量关系，特别注意“不超过”，“不大于”，“最多”等关键词处。根据这些数量关系列不等式（组）求出相应的自变量取值范围。部分方案设计类问题其实就是在求自变量取值范围。

一句话为：设变量，列不等式

2. 求最值：

策略：利用一次函数的增减性来求出对应自变量取值范围内的最大值或最小值。

一次函数： $y=kx+b(k \neq 0)$ 取值范围： $a \leq x \leq b$

若 $k > 0$ ，则在 y 随 x 增大而增大，在 $x=a$ 处取最小值，在 $x=b$ 处取最大值；

若 $k < 0$ ，则在 y 随 x 增大而减小，在 $x=a$ 处取最大值，在 $x=b$ 处取最小值。

一句话为：利用增减性求最值

3. 一次项系数含参数的一次函数求最值：

策略：关键是分类讨论和增减性的判断。将一次项系数依据增减性的标准（见 2 中）进行分类讨论，利用数形结合判断 x 取左端点 a 还是右端点 b 时取得相应的最值，然后列方程求参数。

一句话为：分类讨论，利用增减性求最值，根据最值情况列含参数方程

总结：纵观整个过程可能会让学生认为数学是重方法的学科，其实不然，比如 1 和 2 就是对一次函数定义的考察，3 则是对一次函数基本性质的考察，并在此过程中利用方程和不等式综合解决实际问题。所以大家应该能体会到数学的学习是一个依赖概念和性质来分析问题然后解决问题的学科，所以千万不能只重方法而轻基础，轻运算。只有正确的理解数学才能学好数学，数学是分析问题然后解决问题的学科，也是培养科学素养和思维严密性最好的学科，另外考试只是一种检验学习效果的手段，并不是我们想要的那个最终的结果，切勿要分清主次，不能为了做题而做题。

废话不多说，咱们看一两个实战例题就清楚明白了。

实战例题 1

（2021 年洪山区 22 题）

- 1.（10 分）2020 年新冠肺炎疫情发生以来，每天用消毒液进行消毒成为一种习惯．某经销店经销甲、乙两种规格复合型消毒液，如下表所示是该店甲、乙两种复合型消毒液的进价和售价：

商品价格	甲种规格	乙种规格
进价（元/瓶）	40	100
售价（元/瓶）	45	110

该店现有一批用 7600 元购进的甲、乙两种规格复合型消毒液库存，预计全部销售后，可获毛利润共 800 元．[毛利润 = （售价 - 进价）×销售量]

- （1）该店库存的甲、乙两种规格复合型消毒液分别为多少瓶？
- （2）根据销售情况，该经销店计划在进价不变情况下，用不超过 8000 元的资金购进这两种规格复合型消毒液，在原进货数量上，增加甲种规格复合型消毒液的购进量，减少乙种规格复合型消毒液的购进量．已知甲种规格复合型消毒液增加的数量是乙种规格复合型消毒液减少的数量的 3 倍，则该店怎样进货，可使这次进货全部销售后获得的毛利润最大？并求出最大毛利润．

解析：（1）很明显设未知数，列方程（组）

设该店库存的甲种规格复合型消毒液有 x 瓶，乙种规格复合型消毒液有 y 瓶，

由题意，得：

$$\begin{cases} 40x + 100y = 7600 \\ (45 - 40)x + (110 - 100)y = 800 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

答：该店库存的甲种规格复合型消毒液有 40 瓶，乙种规格复合型消毒液有 60 瓶；

- （2）设乙种规格复合型消毒液减少 m 瓶，则甲种规格复合型消毒液增加 $3m$ 瓶，

则：

$$40(40 + 3m) + 100(60 - m) \leq 8000, \quad (\text{设未知数列不等式})$$

解得：

$$m \leq 20, \quad (\text{求得即为自变量取值范围})$$

设全部销售后获得的毛利润为 W 元，

$$W = (45 - 40)(40 + 3m) + (110 - 100)(60 - m) = 5m + 800,$$

(列等式，即得所需一次函数)

$\because 5 > 0,$

$\therefore W$ 随着 m 的增大而增大， (判断增减性)

∴当 $m=20$ 时， W 取得最大值，此时 $W=900$ ， $40+3m=100$ ， $60-20=40$ ，（利用一次函数增减性求最值）

答：该店用不超过 8000 元购进甲种规格复合型消毒液 100 瓶，乙种规格复合型消毒液 40 瓶，全部销售后获得的毛利润最大，最大毛利润为 900 元。

实战例题 2

（21 年江岸区东西湖区 22 题）

2. (10 分) 5 月 22 日以来，大理市漾濞县连发多次地震，其中 A 、 B 两乡镇受灾非常严重。 C 、 D 两市获知 A 、 B 两乡镇分别需要救灾物资 180 吨和 290 吨后，决定调运物资支援 A 、 B 两乡镇。已知 C 市有救灾物资 220 吨， D 市有救灾物资 250 吨，现将这些物资全部运往 A 、 B 两乡镇。已知从 C 市运往 A 、 B 两乡镇的费用分别是每吨 22 元和 18 元，从 D 市运往 A 、 B 两乡镇的费用分别是 24 元和 25 元，设 D 市运往 B 乡镇的救灾物资为 x 吨。

(1) 请填写表：

	A	B	合计吨
C	_____	_____	220
D	_____	x	250
总计（吨）	180	290	470

(2) 设 C 、 D 两市运往 A 、 B 两乡镇的救灾物资总运费为 w 元，求总运费最小时的运输方案及最小运费；

(3) 经过紧急抢修， D 市运往 B 乡镇的路况得到改善，缩短了运输时间，每吨运费减少了 t 元 ($t>0$)，其余路线运费不变。若 C 、 D 两市运往 A 、 B 两乡镇的救灾物资总运费的最小值为 9430 元，求 t 的值。

解析：(1) 设 D 市运往 B 乡镇的救灾物资为 x 吨，（设未知数依据数量关系列代数式）

则 D 市运往 A 乡镇的救灾物资为 $(250-x)$ 吨，

C 市运往 B 乡镇的救灾物资为 $(290-x)$ 吨，

C 市运往 A 乡镇的救灾物资为 $[220-(290-x)]=(x-70)$ 吨，

故答案为： $x-70$ ， $290-x$ ， $250-x$ ；

(2) $w=22(x-70)+18(290-x)+24(250-x)+25x=5x+9680$ ，（设未知数，列等式

即为目标函数）

$$\therefore \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 70 \geq 0 \\ 250 - x \geq 0 \\ 290 - x \geq 0, \end{cases} \quad (\text{实际问题隐藏条件列不等式组求自变量取值范围})$$

解得： $70 \leq x \leq 250$,

$\therefore$ 当 $70 \leq x \leq 250$ 时, w 随 x 的增大而增大, (利用一次函数增减性求最值)

所以当 $x=70$ 时, w 有最小值, 最小运费 $w=5 \times 70 + 9680 = 10030$ (元),

答: C 市调往 A 乡镇 0 吨, 调往 B 乡镇 220 吨, D 市调往 A 乡镇 180 吨, 调往 B 乡镇 70 吨, 最小运费为 10030 元;

(3) 依题意得: $w = (5 - t)x + 9680$, $70 \leq x \leq 250$, (列关于参数 t 的一次函数关系式)

当 $5 - t \geq 0$, 即 $t \leq 5$ 时, w 随 x 的增大而增大, (分类讨论, 判断增减性)

所以当 $x=70$ 时, w 有最小值, (利用增减性取最值)

$\therefore (5 - t) \times 70 + 9680 = 9430$, (根据相应最值得含 t 的方程)

解得: $t = \frac{60}{7}$, ($\because t \leq 5$, 舍去),

当 $5 - t < 0$ 时, 即 $t > 5$, w 随 x 的增大而减小, (分类讨论, 判断增减性)

所以当 $x=250$ 时, w 有最小值, (利用增减性取最值)

$\therefore (5 - t) \times 250 + 9680 = 9430$, (根据相应最值得含 t 的方程)

解得: $t = 6$,

答: 当最小运费为 9430 时, $t = 6$.

针对练习：

（21 年硚口区期末第 22 题）

- 1.（10 分）某校计划购买 A 、 B 两种防疫物资共 200 套，要求 A 种物资数量不低于 B 种物资数量的 $\frac{1}{4}$ ，且不高于 B 种物资数量的 $\frac{1}{3}$ ， A 、 B 两种物资的单价分别是 150 元/套、100 元/套．设购买 A 种物资 x 套，购买这两种物资所需的总费用为 y 元．
- （1）直接写出 y 关于 x 的函数关系式；
 - （2）求总费用 y 的最小值；
 - （3）若实际购买时， A 种物资单价下调 $2m$ 元/套， B 种物资单价上调了 m 元/套，此时购买这两种物资所需最少费用为 23500 元，直接写出 m 的值．

（21 年武昌区第 22 题）

- 2.（10 分）武汉的夏季到了，某服装店同时购进 A 、 B 两款夏装共 300 套，进价和售价如下表所示，设购进 A 款夏装 x 套（ x 为正整数），该服装店售完全部 A 、 B 两款夏装获得的总利润为 y 元．

夏装款式	A 款	B 款
每套进价（单位：元）	60	80
每套售价（单位：元）	100	150

- （1）求 y 与 x 的函数关系式；
- （2）该服装店计划投入不多于 2 万元购进这两款夏装，则至少购进多少套 A 款夏装？若 A 、 B 两款夏装全部售完，则服装店可获得的最大利润是多少元？
- （3）在（2）的条件下，服装店购进 A 款夏装的进价降低 a 元（其中 $20 < a < 40$ ），购进 B 款夏装的进价不变，且最多购进 240 套 A 款夏装．若保持这两款夏装的售价不变，该服装店如何进货使得全部售完 A 、 B 两款夏装获得的利润最大？