

# 一次函数

## 一、一次函数的概念

一般地，形如  $y=kx+b$  ( $k, b$  是常数,  $k \neq 0$ )，那么  $y$  叫做  $x$  的一次函数。当  $b=0$  时， $y=kx+b$  即  $y=kx$ ，所以说正比例函数是一种特殊的一次函数。

注意：①  $k \neq 0$ ；②  $x$  的指数为 1；③  $b$  可以为任意实数。

例题：

1、（新观察 P91 页，第 2 题。）函数  $y = (m - 2)x^{n-1} + n$  是一次函数，则  $m, n$  应满足的条件是：

分析：把握一次函数概念的 3 个要点，①  $k \neq 0$ ， $\therefore m-2 \neq 0$ ， $\therefore m \neq 2$ ；②  $x$  的指数为 1， $\therefore n-1=1$ ， $\therefore n=2$ ；③  $b$  可以为任意实数。 $\therefore n$  可以为任意实数。结合上述 3 点，则  $m \neq 2$ ，且  $n=2$ 。

2、（新观察 P92 页，第 15 题。）已知关于  $x$  的函数  $y = (m - 3)x^{|m|-2} + n - 2$ 。

（1）当  $m, n$  为何值时，它是一次函数？

同上，把握一次函数概念的 3 个要点，①  $k \neq 0$ ，所以  $m \neq 3$ ；②  $x$  的指数为 1；所以  $|m| - 2 = 1$ ， $m = \pm 3$ ， $\therefore m \neq 3$ ， $\therefore m = -3$ ；③  $b$  可以为任意实数。 $\therefore n$  可以为任意实数。结合上述 3 点，则  $m = -3$ ， $n$  为任意实数。

（2）当  $m, n$  为何值时，它是正比例函数？

正比例函数是特殊的一次函数，当  $b=0$  时， $y=kx+b$  是一次函数， $\therefore n-2=0$ ， $n=2$ 。 $m$  应同（1）， $m=-3$ ， $\therefore m=-3$ ， $n=2$

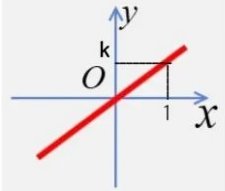
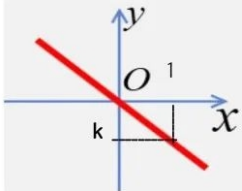
## 二、一次函数图象与性质

一次函数图象的性质与正比例函数图象性质一样，当  $k > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大，当  $k < 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小。

难以记忆的是一次函数图象经过哪几个象限。要理解和记忆一次函数图象时，我

们可以利用正比例函数图象对比记忆，首先先回顾正比例函数图象：

总结归纳

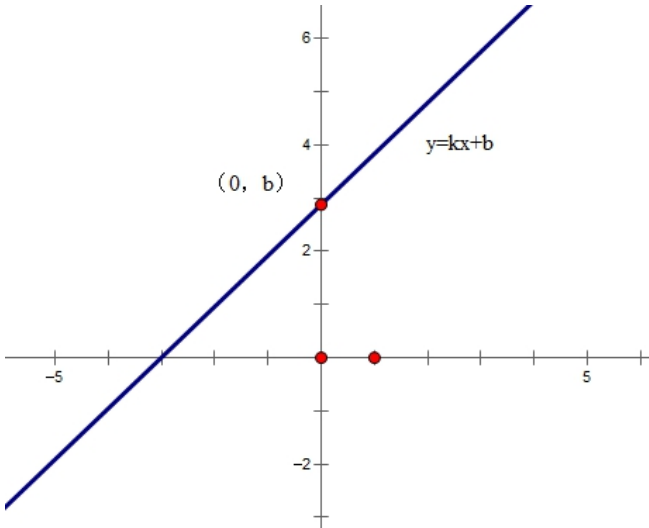
| $y=kx(k\text{是常数}, k\neq 0)$ |                                                                                   |                                                                                    |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 比例系数 $k$                     | $k > 0$                                                                           | $k < 0$                                                                            |
| 特殊点                          | $(0,0),(1,k)$                                                                     | $(0,0),(1,k)$                                                                      |
| 经过的象限                        | 第一、三象限                                                                            | 第二、四象限                                                                             |
| 图像                           |  |  |
| 增减性                          | $y$ 的值随着 $x$ 值的增大而增大                                                              | $y$ 的值随着 $x$ 值的增大而减小                                                               |

$y=kx(k\text{是常数}, k\neq 0)$ 的图象是一条经过原点的直线。函数  $y=kx$  的图象我们也称作直线 $y=kx$ 。

数学与文化之偷得浮生半日闲

一次函数图象相对于正比例函数图象要复杂一点，但是我们把握共同点去记忆就很好理解。一次函数  $y=kx+b$ ，当  $x=0$  时， $y=b$ ，所以  $y=kx+b$  一定经过  $(0, b)$  这个点，而恰好这个点在  $y$  轴上，所以可以视为： $y=kx+b$  的图象一定与  $y$  轴相交与点  $(0, b)$ 。

如图：

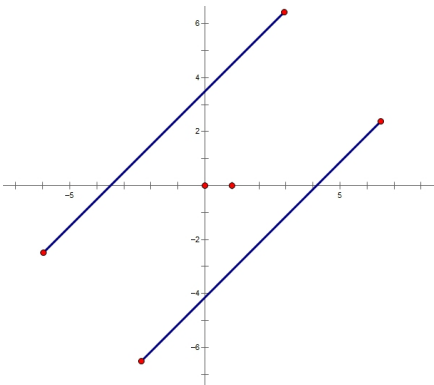


那当  $k, b$  取正取负时，一次函数图象经过哪几个象限怎么记忆呢？同正比例函数图象一样， $y=kx+b$  中，当  $k>0$  时，一次函数图象一定经过一、三象，当  $k<0$  时，一次函数图象一定经过二、四象限；再根据图象与  $y$  轴的交点位置可以知道，当  $b>0$  时，

交点位置在 y 轴正半轴，当  $b < 0$  时，交点位置在 y 轴负半轴。所以结合  $k, b$  一起分析如下：

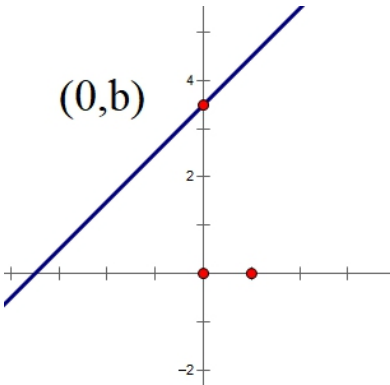
以  $k > 0, b > 0$  为例

当  $k > 0$  时，一定经过一、三象限，但是可以画出 2 种图象。



经过一、二、三象限或一、三、四象限

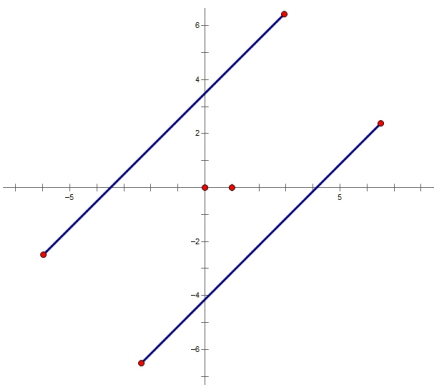
当  $b > 0$  时，可以判断图象与 y 轴的交点应在 y 轴正半轴，所以可以确定图象如下



经过一、二、三象限

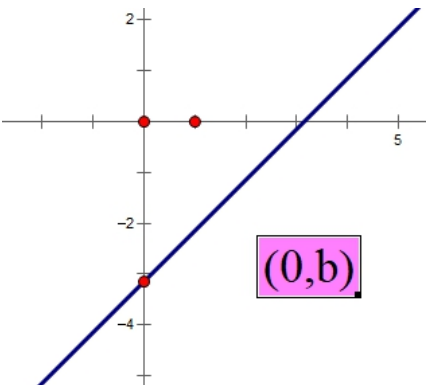
当  $k > 0, b < 0$  时

当  $k > 0$  时，一定经过一、三象限，但是可以画出 2 种图象。



经过一、二、三象限或一、三、四象限

当  $b < 0$  时，可以判断图象与 y 轴的交点应在 y 轴负半轴，所以可以确定图象如下

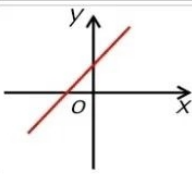
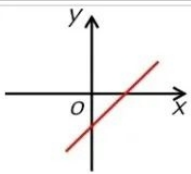
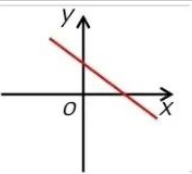
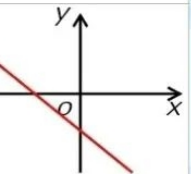


经过一、三、四象限

同样，当  $k < 0$  时，函数图象一定经过二、四象限，再根据  $b$  的正负，判断交点位置在 y 轴的正半轴还是负半轴，即可画出图象确定经过的象限。

图象总结如下：

## 总结归纳

| $y=kx+b$ ( $k, b$ 是常数, $k \neq 0$ ) |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $k$ 的情况                             | $k>0$                                                                             |                                                                                   | $k<0$                                                                              |                                                                                     |
| $b$ 的情况                             | $b>0$                                                                             | $b<0$                                                                             | $b>0$                                                                              | $b<0$                                                                               |
| $x$ 轴交点                             | $(-\frac{b}{k}, 0)$                                                               | $(-\frac{b}{k}, 0)$                                                               | $(-\frac{b}{k}, 0)$                                                                | $(-\frac{b}{k}, 0)$                                                                 |
| $y$ 轴交点                             | $(0, b)$                                                                          | $(0, b)$                                                                          | $(0, b)$                                                                           | $(0, b)$                                                                            |
| 图象                                  |  |  |  |  |
| 象限                                  | 一、二、三                                                                             | 一、三、四                                                                             | 一、二、四                                                                              | 二、三、四                                                                               |
| 函数值的变化                              | $y$ 随 $x$ 的增大而增大                                                                  |                                                                                   | $y$ 随 $x$ 的增大而减小                                                                   |                                                                                     |

数学与文化之偷得浮生半日闲

例题:

3、(新观察 P93, 第 3 题) (1) 函数  $y=x+2$  的图象经过第\_\_\_\_\_象限,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_。

$y=x+2$ ,  $k=1$ ,  $k>0$ , 则图象一定经过一、三象限,  $b=2$ ,  $b>0$ , 则与  $y$  轴交点坐标  $(0, 2)$ , 交于  $y$  的正半轴, 可以把图象画出来, 即可发现经过一、二、三象限, 且  $y$  随  $x$  的增大而增大。

(2) 函数  $y=-x-2$  的图象经过第\_\_\_\_\_象限,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_。

$y=-x-2$ ,  $k=-1$ ,  $k<0$ , 则图象一定经过二、四象限,  $b=-2$ ,  $b<0$ , 则与  $y$  轴交点坐标  $(0, -2)$ , 交于  $y$  的负半轴, 可以把图象画出来, 即可发现经过二、三、四象限, 且  $y$  随  $x$  的增大而减小。

三、点在图象上 (图象经过某点)

点在图象上意味着点的坐标  $x, y$  满足该图象的函数关系。有时也说该图象经过某

点，表达的意思是一样的。

如： $y=2x-3$  经过点  $(a, b)$ ，也可理解为点  $(a, b)$  在该函数图象上。则  $a, b$  应满足该函数关系式： $b=2a-3$ 。

4、（新观察 P94，第 13 题）已知直线  $y=(m-1)x+1-3m$ 。

（1）当  $m$  为何值时，直线与  $y$  轴相交于点  $(0, 2)$ ？

与  $y$  轴交点为  $(0, 2)$ ，即当  $x=0$  时， $y=2$ 。∴ $2=1-3m$ ， $m=1/3$ 。

（3）当  $m$  为何值时，直线与  $y$  轴的交点在正半轴？

与  $y$  轴相交，即  $x=0$  时， $y>0$ ，则  $1-3m>0$ ， $m<1/3$