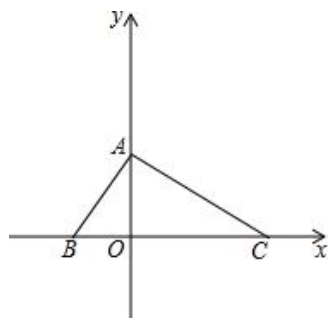


平面直角坐标系与面积

初一下压轴题专题

模型一：①三角形有一边与坐标轴平行或在坐标轴上的三角形面积计算.

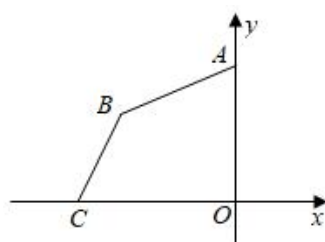
例 1. (2020·邯郸市第二十五中学七年级月考) 如图, 已知在平面直角坐标系中, $\triangle ABO$ 的面积为 8, $OA = OB$, $BC = 12$.



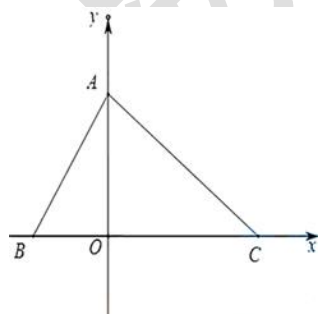
求 $\triangle ABC$ 三个顶点 A , B , C 的坐标;

②直角坐标系中不规则图形面积的求法, 一般需要作 x 轴 (y 轴) 的垂线, 将原图形分割为可求面积的图形, 再求其面积和.

例 2. (2021·全国七年级专题练习) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 各顶点的坐标分别是 $O(0,0)$, $A(0,12)$, $B(-10,8)$, $C(-14,0)$, 求四边形 $OABC$ 的面积.



例 3. (2019·南通市启秀中学七年级期中) 如图在平面直角坐标系中, 点 $A(0,a)$, $B(-2,0)$, $C(b,0)$ 且 $(a+b-7)^2 + \sqrt{2a-b-2} = 0$,



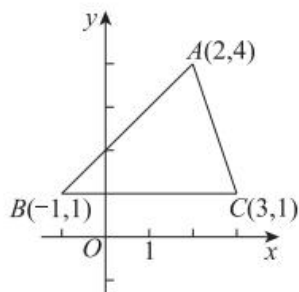
(1) 求点 A 、 C 的坐标;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}$;

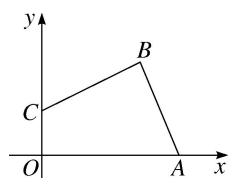
(3) 当点 P 的坐标是 $(m,4)$ 且 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC}$ 时, 求 m 的值.

针对训练

4. (2020·山东济宁市·七年级期末) 在平面直角坐标系 xOy 中, A, B, C 三点的坐标如图所示, 那么点 A 到 BC 边的距离等于_____, $\triangle ABC$ 的面积等于_____.



5. (2021·全国七年级专题练习) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 点 $A(4,0)$, $B(3,4)$, $C(0,2)$, 则四边形 $ABCO$ 的面积为_____.



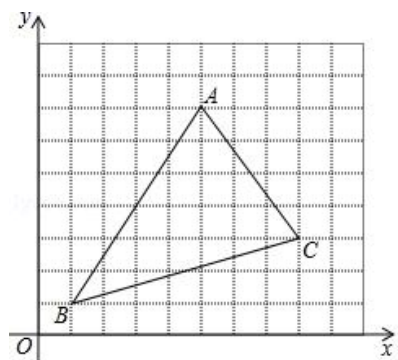
5. (2019·黑龙江哈尔滨市·七年级期末) 已知平面直角坐标系中, $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(0, c)$, 且 $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle OAB$ 面积的 3 倍, 则 $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

模型二：三角形任意一边都不与坐标轴平行或不在坐标轴上的三角形面积计算

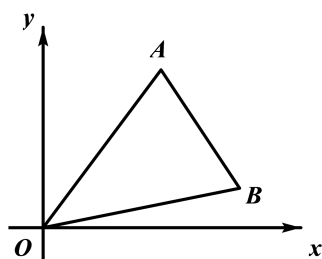
两种方法：一割补法：先补成矩形，然后再减去直角三角形面积。二是采用宽高法，看模型三。

例 1. (2018·天津市宁河区北淮淀镇中学七年级期末) 如图, 在直角坐标系中:

- (1) 写出 $\triangle ABC$ 各顶点的坐标;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



例 2. (2020·西安市铁一中学) 如图, 在平面直角坐标系中, $A(3,4)$ 、 $B(5,1)$. 求 $\triangle OAB$ 的面积.

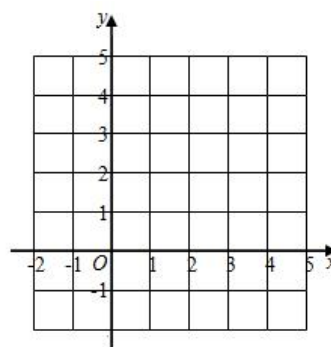


针对训练

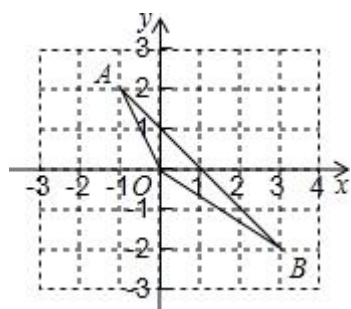
3. (2021·全国七年级专题练习) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(-1,1)$, $B(3,2)$, $C(3,4)$.

(1) 请在平面直角坐标系中描出 A, B, C 三点, 再连接 AB, BC, AC, 并求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 连接 OA, OB, 请直接写出 $\triangle ABO$ 面积的值.

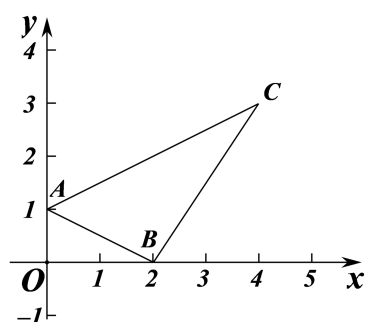


4. (2020·西宁市海湖中学七年级月考) 已知: 点 A、B 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

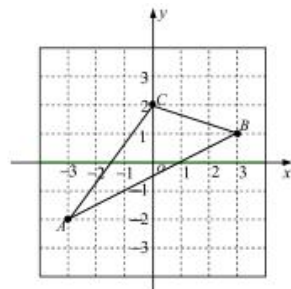


5. (2021·全国八年级) 已知：在平面直角坐标系中， $A(0,1)$ ， $B(2,0)$ ， $C(4,3)$

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积；
- (2) 设点 P 在 x 轴上，且 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等，求点 P 的坐标.



6. (2018·上海杨浦区·七年级期末) 如图， $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中



- (1) 写出 A 、 B 、 C 三点的坐标：
 A (), B (), C ();
- (2) $\triangle ABC$ 的面积为 _____;
- (3) 若点 P 在 x 轴上，且 $\triangle PAC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等，则点 P 的坐标为 _____.

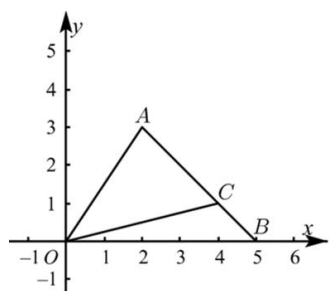
模型三：宽高法（铅锤线法）求三角形面积

方法：需要作一条“水平线段”（平行于 X 轴）或一条“竖直线段”（平行于 Y 轴）

此类问题往往涉及点的存在性，需要用到方程思想。分四步走：一设坐标，二用未知数表示线段与面积，三列方程，四解方程。

在解决此类问题时需先解决求线段（或线段所在直线）与直线 $x=a$ 或 $y=a$ 的交点类问题。

例题 1. (2021·全国七年级专题练习) 如图在平面直角坐标系中，点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $A(2,3)$ ， $B(5,0)$ ， $C(4,1)$ ，则 $\triangle AOC$ 的面积是 ()



A. 5

B. 10

C. 75

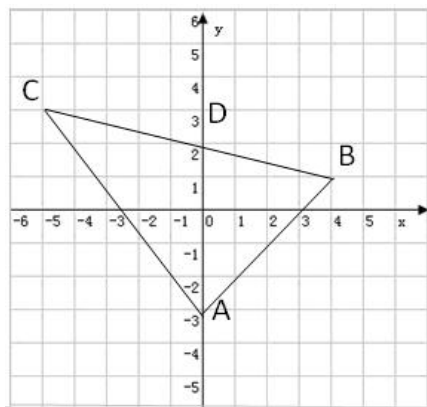
D. 15

例题 2.（2019·湖南长沙市·七年级期中）如图所示的平面直角坐标系中，已知 $A(0, -3)$ ， $B(4, 1)$ ， $C(-5, 3)$

(1) 求三角形 ABC 的面积；

(2) 点 M 是平面直角坐标系第一象限内的一动点，点 M 的纵坐标为 3，三角形 BCM 的面积为 6，求点 M 的坐标；

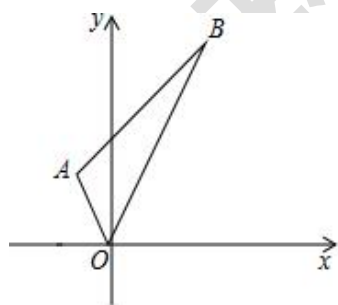
(3) 记 BC 与 y 轴的交点为 D，求点 D 的坐标(写出具体解答过程).



例题 3.（2019·江苏七年级月考）在平面直角坐标系中， $A(-1, 2)$ ， $B(3, 6)$.

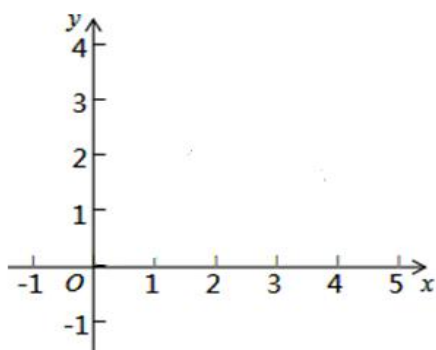
(1) 求三角形 AOB 的面积；

(2) 设线段 AB 交 y 轴于点 C，求点 C 的坐标.



现在转入正题，如何用宽高法解决平面直角坐标系中涉及到的点的存在性问题。

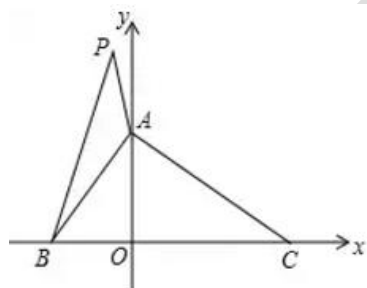
例题 4.（2015·浙江台州市·七年级期中）如图所示，在平面直角坐标系中，已知 $A(0, 1)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(4, 3)$ ，



- (1) 在平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$ ，并求 $\triangle ABC$ 的面积
- (2) 已知 P 为 x 轴上一点，若 $\triangle ABP$ 的面积为4，求点 P 的坐标。

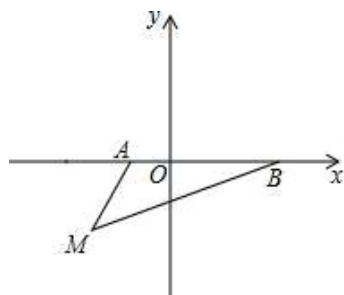
例题 5. (2019·内蒙古呼和浩特市·七年级期中) 如图，已知在平面直角坐标系中， $\triangle ABO$ 的面积为8， $OA=OB$ ， $BC=12$ ，点 P 的坐标是 $(a,6)$ 。

- (1) 求 $\triangle ABC$ 三个顶点 A 、 B 、 C 的坐标；
- (2) 若点 P 坐标为 $(1,6)$ ，连接 PA ， PB ，求 $\triangle PAB$ 的面积；
- (3) 是否存在点 P ，使 $\triangle PAB$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积？如果存在，请求出点 P 的坐标。



例题 6.（2019·北京八中乌兰察布分校七年级零模）如图，在平面直角坐标系中，已知

$A(a,0), B(b,0)$ ，其中 a,b 满足 $|a+1|+(b-3)^2=0$



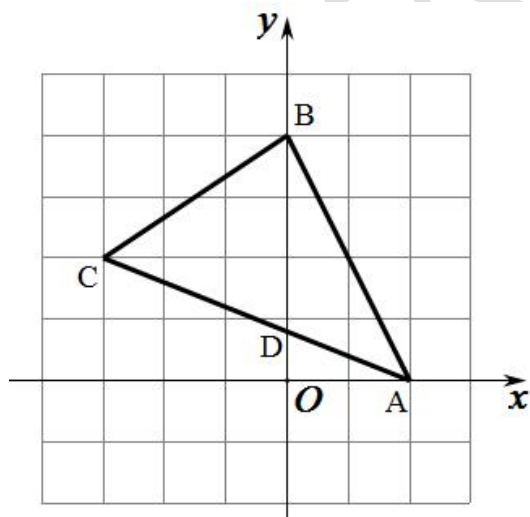
(1) 填空： $a=$ ____, $b=$ ____；

(2) 如果在第三象限内有一点 $C(-2, m)$ ，请用含 m 的式子表示 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) 在(2)条件下，当 $m=-\frac{3}{2}$ 时，在 y 轴上有一点 P ，使得 $\triangle BMP$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积相等，请求出点 P 的坐标.

针对训练

1.（2018·福建福州市·七年级期中）在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(2,0)$ ， $B(0,4)$ ， $C(-3,2)$.



(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 若 AC 交 y 轴于点 D ，请求出 D 点的坐标.

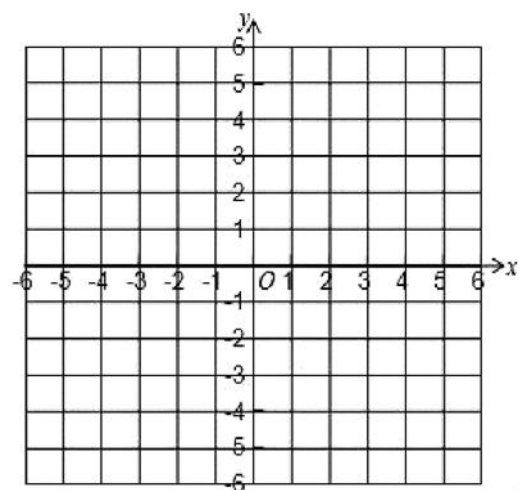
2. (2019·山东泰安市·七年级期末) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, $C(4, 3)$ 三点.

(1) 建立平面直角坐标系并描出 A 、 B 、 C 三点

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 如果在第二象限内有一点 $P(m, 1)$, 且四边形 $ABOP$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的两倍; 求满足条件的 P 点坐标.

3. (2019·武汉市洪山高级中学) 已知: $A(0, 1)$, $B(2, 0)$, $C(4, 3)$



(1) 在坐标系中描出各点, 画出 $\triangle ABC$;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

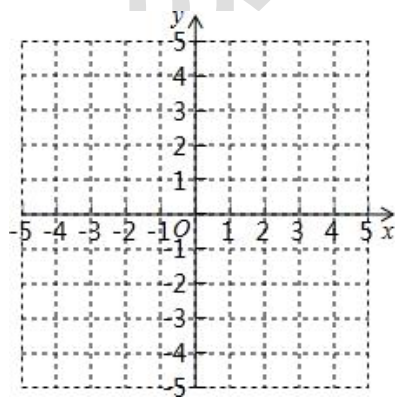
(3) 设点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle APB$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等, 求 P 的坐标.

4. (2020·新洲区阳逻街第二中学七年级月考) 如图, 在平面直角坐标系中, 每个小正方形的边长为一个单位长度. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-2, 5)$ 、 $B(-4, 1)$ 、 $C(2, 3)$, 将 $\triangle ABC$ 平移得到 $\triangle A'B'C'$, 点 $A(a, b)$ 对应点 $A'(a+3, b-4)$

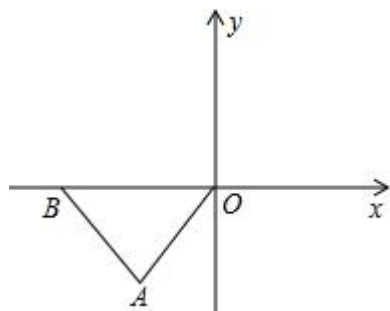
(1) 画出 $\triangle A'B'C'$ 并写出点 B' 、 C' 的坐标

(2) 试求线段 AB 在整个平移的过程中在坐标平面上扫过的面积

(3) 在 x 轴上存在一点 P , 使得 $S_{\triangle ABP}=6$, 则点 P 的坐标是_____.



5. (2019·湖北黄石市·七年级期末) 如图, 在下面直角坐标系中, 已知 $A(-4, -4)$, $B(-8, 0)$



(1) 求 $\triangle ABO$ 的面积

(2) 若以点 A 、 B 、 O 为顶点画平行四边形, 则请你“利用平移的知识”直接写出符合条件的所有的平行四边形的第四个顶点 C 的坐标_____

(3) 是否存在 x 轴上的点 $M(x, 0)$, 使 $\triangle ABM$ 的面积是 $\triangle ABO$ 的面积的 2 倍, 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

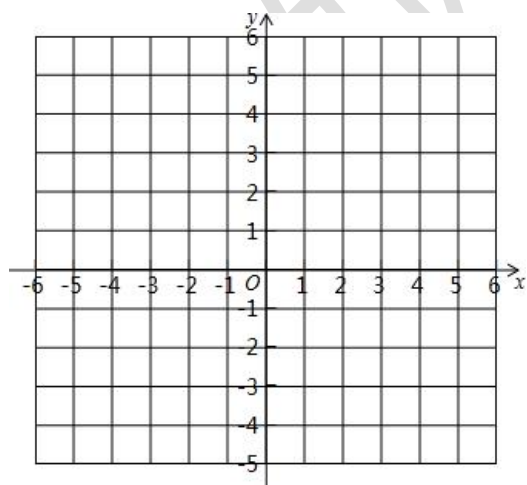
6. (2020·湖北武汉市·江夏一中七年级期中) 已知在平面直角坐标系中有三点 $A(-2, 1)$ 、

$B(3, 1)$ 、 $C(2, 3)$, 请回答如下问题:

(1) 在坐标系内描出点 A 、 B 、 C 的位置;

(2) 求出以 A 、 B 、 C 三点为顶点的三角形的面积;

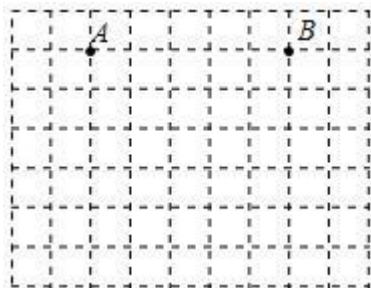
(3) 在 y 轴上是否存在点 P , 使以 A 、 B 、 P 三点为顶点的三角形的面积为 10, 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



7. (2018·湖北武汉市七年级期末) (1) 请在下面的网格中建立适当的平面直角坐标系，使得 A、B 两点的坐标分别为 $(-2, 4)$ 、 $(3, 4)$ 。

(2) 点 $C(-2, n)$ 在直线 l 上运动，请你用语言描述直线与 y 轴的关系。

(3) 在 (1) (2) 的条件下，连结 BC 交线段 OA 于 G 点，若 $\triangle AGC$ 的面积与 $\triangle GBO$ 的面积相等 (O 为坐标原点) 求 C 的坐标。



8. (2021·全国七年级专题练习) 平面直角坐标系中， O 为原点，点 $A(0, 2)$ ， $B(-2, 0)$ ，

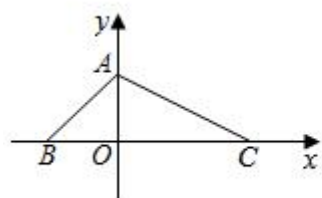
$C(4, 0)$ 。

(1) 如图①，则三角形 ABC 的面积为_____；

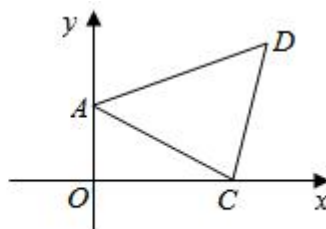
(2) 如图②，将点 B 向右平移 7 个单位长度，再向上平移 4 个单位长度，得到对应点 D 。

①求 $\triangle ACD$ 的面积；

②点 $P(m, 3)$ 是一动点，若三角形 PAO 的面积等于三角形 CAO 的面积。请直接写出点 P 坐标。



图①



图②