数学史融入“字母表示数”的教学

陆鼎元
（上海市光明初级中学，上海，200000）

1 引言

实践表明，数学史有助于更好地实现数学教学的三维目标，因此，如何将数学史融入数学教学，已经成为中学数学教师日益关注的课题。数学是人类的一种文化，它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。教师的教学需要关注学生的学习过程，通过创设学习情境、开发实践环节和拓宽学习渠道，帮助学生在学习过程中体验、感悟、建构并丰富学习经验，实现知识传承、能力发展、积极情感形成的统一。数学史以及数学在现实生活中的应用是数学文化非常重要的一部分，更是实现知识的传承、能力发展、积极情感形成的一个理想的切入口。

然而，利用数学史进行教学并非是为了使用数学史而用数学史，应该是为了数学教育而使用数学史。对于七年级第一学期第一节课“字母表示数”来说，就是一节可以用数学史进行数学教育的一节课。因为字母表示数是代数学发展过程中，从修辞代数到缩略代数再到符号代数的一个重要起点，它象征着学生从原来的算数思维水平向代数思维水平过度的关键。因此作为一名七年级的一线教师，同时也是华东师范大学数学系研究生，我选择了以数学史融入课堂教学的课例开发这一任务，并选择“字母表示数”作为课题。本文展示的就是该课例的设计、实施和评价过程。

意大利学者 Furinghetti 曾提出数学史融入数学教学的一般过程，我在他的基础之上，拟定如下过程：确定课例主题→考察相关历史→选取合适素材→设计课堂活动→实施教学计划→评价课堂活动。

在选取历史材料时，必须考虑趣味性、科学性、有效性、可学性和新颖性五项原则。这五项原则中，趣味性和新颖性保证了学生的学习兴趣，有效性和可学性是指学生能够理解数学史的内容并为之接受，进而通过数学史能够有所启发，为之后所学的知识做好铺垫。科学性指的是数学史材料应符合史实或历史情境，而不是瞎编乱造。

按照以上过程，在确定课题之后，我们首先考察关于字母表示数的历史，基于上述五项原则，进行了教学设计，然后进行课堂教学，最后通过调查问卷的形式，获得学生的反馈信息，通过评课的形式，获得教师的反馈信息，据此对教学进行反思和评价。

本节课的教学目标是1、理解字母表示数的意义。2、会用字母代替一些简单问题中的数 。3、通过对历史故事的讲解以及对数学史的了解，领会字母表示数的数学思想。

2 教学设计与实施

2.1 引入

通过英国幽默作家杰罗姆《懒人懒办法》之“偷懒要紧”一节的片段，让学生感受到用字母表示数所体现出来的简洁性。

《懒人懒办法》片段：在英国，十二世纪的青年堕入情网，你可别指望他会后退三步，凝视情人的眼睛，然后告诉她：你太美了。他会说他要到外边去看看。倘若正好碰上那么一位仁兄，并打破他的脑袋——指的是另外那个家伙的脑袋，这就说明他——前一个人的女朋友是个漂亮姑娘。但要是另一个家伙打破他的头——不是他自己的，而是另一个家伙的——另一个家伙是对第二个家伙而言的，这就是说，那么他的女朋友是个漂亮姑娘——不是另一个家伙的，而这个家伙。

师：同学们看完这个故事之后有什么感觉？

生：太混乱了，搞不清楚谁是谁了！

师：是啊，我也这么觉得，正因为如此混乱，杰罗姆对这个故事进行了简单地偷懒，大家请看。

杰罗姆将故事改编如下：如果A打破了B的头，那么A的女朋友漂亮；反之，如果B打破了A的头，那么A的女朋友不漂亮，而B的女朋友才漂亮。

师：这样大家是否能看懂了呢？

生：明白了！

师：大家是否知道杰罗姆用了什么手段，将这个故事简单化了？

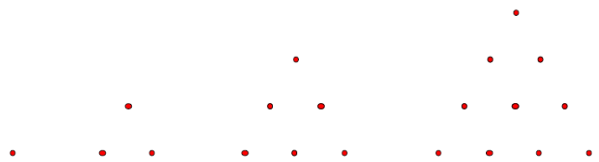
生：知道！他用字母来表示，显得简单了！

师：很好，的确，用字母表示可以将语言更简洁！所以今天我们就要来学习“字母表示数”。

2.2 形数探究

师：在几千年前的古希腊时期，有一位大数学家名叫毕达哥拉斯，那时，有许多热爱数学的人都跟随着他学习数学，我们把这群人叫做毕达哥拉斯学派。那时候，毕达哥拉斯学派的人研究着一种多边形数，比如，三角形数，正方形数等等，他们发现这些数中有着奇妙的“魔法”。

三角形数：



问题：你知道第四个点阵和第七个点阵都有多少个点呢？

生 1：老师，我只要先把对应的点阵画出来，然后将点一个个数出来不就行了吗？

师：的确，这样做可以，但是否太繁琐了呢？同学们有没有更简便的方法？

生 2：我知道！第一个是 1，第二个是 1+2，第三个是 1+2+3，第四个是 1+2+3+4，而第七个一定是 1+2+3+4+5+6+7！

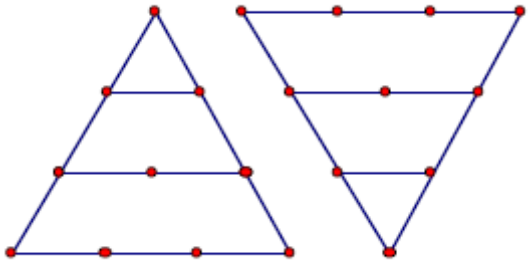
师：很好，比之前的那个同学的方法简便了不少，但是如果老师要大家写出第 150 个三角形数是多少，大家行不行呢？

学生进入了沉思。

师：我可以告诉大家，古希腊人利用他们的方法不仅能写出第 150 个三角形数，而且无论多大的三角形数他们都能算出来，古希腊人的方法大家想不想知道？

生：想！

师：好，让我们来看看古希腊人是怎么来算的。



师：如上图所示，古希腊人是将两个三角形拼成一个平行四边形的方法，利用先算出平行四边形的点数再除以 2 的方法来解决的！大家看明白了吗？

生：明白了！

师：那大家能不能用古希腊人的方法算一下第 7 个点阵是多少？

生 3：7 乘以 8 除以 2 就行了！古希腊人真是了不起！

师：那现在第 150 个三角形数的点阵大家都会算了吗？

生 4：我知道，就是 150 乘以 151 除以 2 就行了！根本不需要画图！

师：很好，大家都感受到了古希腊人的智慧。那能否解决“正方形数”的问题？

四边形数：

问题：你知道第五个点阵和第七个点阵都有多少个点呢？

生：第五个点阵是 25 个，第七个点阵是 49 个。

师：大家回答的很好，古希腊人能够写出所有三角形数，四边形数还有五边形数等等，老师这里就不一一列举了，有兴趣的同学自己课后可以去翻阅相关的资料。但是，古希腊人却也有一个问题一直困扰着他们。

学生睁大着眼睛，迫切地想知道到底是什么问题困扰着这么聪明的古希腊人。

师：问题是毕达哥拉斯学派的研究者无法表达“任一三角形数”、“任一正方形数”、“任一五边形数”等的大小？你能否帮助他们呢？

生 6：老师，我们可以用字母来表示。

师：很好，比如说，我们要找到第 n 个三角形数，大家想一想，结果是多少？

生 7：我们可以利用古希腊人的方法，将三角形数转变为平行四边形然后解决，答案是 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个。

师：非常好，那大家能告诉老师，第 n 个正方形数是多少？

生：n^2 个！

师：很好！大家回答的非常好，古希腊人之所以有困惑，是因为他们没有想到用字母表示数，一旦我们表示出第 n 个三角形数以后，只要让 n 等于我们想要的数字，就可以求出对应的三角形数了！当然，这就是数学历史的发展规律，人类总是不断地在进步的，字

母表示数也不是凭空而来，直到16世纪法国数学家韦达，他在《分析引论》中使用字母来表示未知数以及任意数。这才让我们慢慢地运用了这一工具进行运算。

最后，完成课后练习，并让学生思考这节课的收获。

以下是部分学生的回答：

（1）理解了字母表示数的意义，可以让生活更简便。

（2）感受到了古希腊人的智慧，觉得他们将三角形转化为平行四边形的做法太聪明了！

（3）古人说过，历史是一面镜子，从中可以学到很多新的东西。没想到数学也有历史。

3 学生反馈

在课堂结束之后，我对上课的学生进行了问卷调查，总发问卷32份，有效问卷32份。经过调查发现，如图1，学生对国内外数学家的了解仅限于华罗庚，陈景润以及毕达哥拉斯和韦达，而后二者更是因为学生上了课之后才认识的数学家。可见学生对于数学家的了解是非常少的。

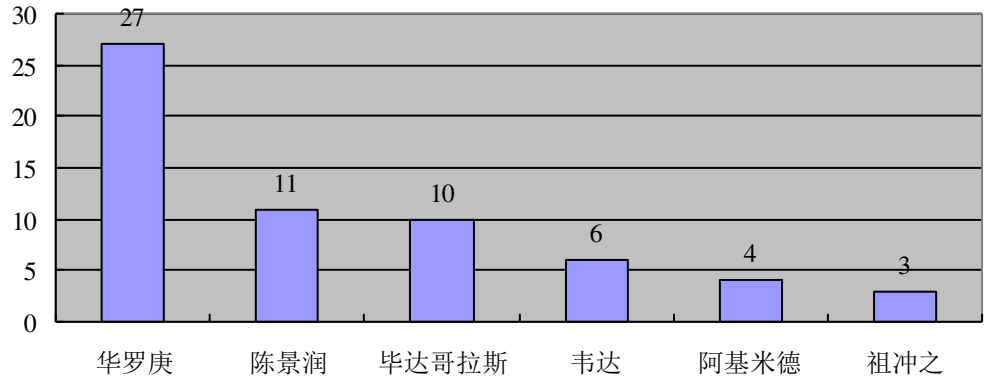


图1 学生所知道的数学家

关于本节课“印象最深刻的内容”，有29人回答“字母表示数可以让数学变得简单易懂，让生活变得简洁”；13人回答“利用字母找到数字中的规律”，9人认为“古希腊人用两个三角形拼成平行四边形的方法，很容易理解，他们很聪明”。

29人认为，介绍字母表示数的历史有意义，理由是“可以让我们了解古人的智慧，学习更轻松”，“知道了数学知识的由来，只有知道它的起源,你才能更方便的去理解”。25人认为，本节课改变了自己对数学的看法；29人对教师在课堂上所介绍的数学史感兴趣，理由是数学史“让我感受到数学的乐趣,可以了解历史长知识不枯燥”、“可以让我们更多认

识古代名人”、“懂得了数学史才能不易忘记公式”。26人认同教师在课堂上引入数学史知识的做法，理由是数学史“让我们知道数学的由来，很好玩，学到很多”、“让学生上课不开小差，认真听讲”、“长知识，感觉有趣，方便理解”。27人表示愿意了解有关数学史知识，理由是数学史“很有意思,更深刻了解数学”、“开阔知识，学习上得到启发”。

4 结语

通过本节课的教学，学生对“字母表示数”这一节课的理解非常透彻，理解了字母表示数的意义，更明白了用符号代数表达的简洁性和科学性。同时，学生对于课堂融入数学史教学抱有非常大的兴趣。初一的学生能够深刻地感受到当课堂中，老师给他们讲授了一些数学史方面的知识时，他们会更容易去理解并掌握所学的数学知识，更加体会到了古代不同文明的数学文化，开阔了他们的眼界。因此，本节课的教学目标是达到了预期的。

在目前，许多学校中都出现了学生学习动机不足的现象，学生会出现“为什么要学习？”“怎样保持旺盛的学习动力？”等问题，这些学生往往不清楚学习的目的是什么，缺少认知内驱力。在动机不足的状况下，学生对学习的内容不感兴趣，不会主动寻求学习策略，更不能以积极的态度面对学习中的困难，因此难以克服学习障碍。通过调查问卷，可见学生对于数学史融入课堂教学呈现出非常大的兴趣，学习动机以及上课注意力明显提升。通过将数学史融入课堂教学，能够让学生明白数学是从历史发展而来，有助于他们去理解数学，更有动力去学习数学。学生会发现历代数学家在研究数学的过程中都会经历困难与挫折，但随后通过自己的努力和智慧让数学得到了发展。这是一种极为正能量的引导，可以让学生明白没有什么事请是一帆风顺完成的。将数学史融入数学课堂能够让学生明白学习数学的目的是什么，为什么要学习数学等问题，从而激发学生的学习兴趣，特别是对学业不良的学生有积极地作用，提升学生们的认知内驱力，有助于更好地学习。

但是本课教学还是有不足之处，学生对于课后的练习有一些困难，例如，填空：（1）1，3，5，7，……_____（第n个）。（2）2,6,12,20，……_____（第n个）等等。这说明在课堂上我相关的概念练习没有给予学生正确的示范以及演示，过多的时间用在了数学史的讲述之上，在以后的教学中，我应该注意数学史的内容与课堂练习之间的比例关系。此外，评课的教师还指出，毕达哥拉斯的例子虽然好，但是如果学生的水平较低的话，不是非常容易理解，会导致课堂无法深入下去。因此是否有更好的例子进行引入教学是

一个非常重要的问题。这也让我深感数学史知识的匮乏与不足，更让我明白，在以后的教学生活中，教师需要阅读更多的书籍，积累更多更丰富的历史素材，并对数学史的素材进行加工整合为自己的教学所用。

参考文献

[1]汪晓勤.数学史与数学教育.教育研究与评论.2014.(1): 8-14
[2] 《上海市中小学数学课程标准》.上海：上海教育出版社
[3] Furinghetti,F.The long tradition of history in mathematics teaching: an old Italian case.In V.Katz（Ed.）,Using History to Teach Mathematics: An International Perspective. Washington: The Mathematical Association of America,2000.49-58