

专题六：动量考点例析

冲量和动量是物理学中的重要概念，动量定理和动量守恒是自然界中最重要、最普遍、最基本的客观规律之一。动量定理和动量守恒定律是可以由牛顿第二定律导出，但适用范围比牛顿第二定律要广。动量守恒定律广泛应用于碰撞、爆炸、冲击；近代物理中微观粒子的研究，火箭技术的发展都离不开动量守恒定律有关的物理知识。在自然界中，大到天体间的相互作用，小到如质子、中子等基本粒子间的相互作用，都遵守动量守恒定律。本章内容高考年年必考，题型全面，选择题主要考查动量的矢量性，辨析“动量和动能”、“冲量与功”的基本概念；常设置一个瞬间碰撞的情景，用动量定理求变力的冲量；或求出平均力；或用动量守恒定律来判定在碰撞后的各个物体运动状态的可能值；计算题主要考查综合运用牛顿定律、能量守恒、动量守恒解题的能力。一般过程复杂、难度大、能力要求高，经常是高考的压轴题。如：1998年全国卷第10、25题、1999年上海卷第25题、2000年全国卷第22题、2003年全国卷第20题、2004年理综全国卷第25题的柴油机打桩问题、2004年江苏物理卷第18题、2004年广东物理卷第17题等。高考中有关动量的计算题在分析解答问题的过程中常会运用数学的归纳、推理的方法，解答多次反复碰撞问题，要求考生将物理问题经过分析、推理转化为数学问题，然后运用数学解决物理问题。运用数学解决物理问题的能力是高考中能力考查的重点内容之一，加强这方面的练习十分必要。

一、夯实基础知识

1、深刻理解动量的概念

(1)定义：物体的质量和速度的乘积叫做动量： $p=mv$

(2) 动量是描述物体运动状态的一个状态量，它与时刻相对应。

(3) 动量是矢量，它的方向和速度的方向相同。

(4) 动量的相对性：由于物体的速度与参考系的选取有关，所以物体的动量也与参考系选取有关，因而动量具有相对性。题中没有特别说明的，一般取地面或相对地面静止的物体为参考系。

(5) 动量的变化： $\Delta p = p_t - p_0$ 。由于动量为矢量，则求解动量的变化时，其运算遵循平行四边形定则。

A、若初末动量在同一直线上，则在选定正方向的前提下，可化矢量运算为代数运算。

B、若初末动量不在同一直线上，则运算遵循平行四边形定则。

(6) 动量与动能的关系： $P = \sqrt{2mE_k}$ ，注意动量是矢量，动能是标量，动量改变，动能不一定改变，但动能改变动量是一定要变的。

2、深刻理解冲量的概念

(1)定义:力和力的作用时间的乘积叫做冲量： $I= Ft$

(2)冲量是描述力的时间积累效应的物理量，是过程量，它与时间相对应。

(3)冲量是矢量，它的方向由力的方向决定（不能说和力的方向相同）。如果力的方向在作用时间内保持不变，那么冲量的方向就和力的方向相同。如果力的方向在不断变化，如绳子拉物体做圆周运动，则绳的拉力在时间 t 内的冲量，就不能说是力的方向就是冲量的方向。对于方向不断变化的力的冲量，其方向可以通过动量变化的方向间接得出。

(4)高中阶段只要求会用 $I=Ft$ 计算恒力的冲量。对于变力的冲量，高中阶段只能利用动量定理通过物体的动量变化来求。

(5)要注意的是：冲量和功不同。恒力在一段时间内可能不作功，但一定有冲量。特别是力作用在静止的物体上也有冲量。

3、深刻理解动量定理

(1) .动量定理：物体所受合外力的冲量等于物体的动量变化。既 $I=\Delta p$

(2) 动量定理表明冲量是使物体动量发生变化的原因，冲量是物体动量变化的量度。这里所说的冲量必须是物体所受的合外力的冲量（或者说是物体所受各外力冲量的矢量和）。

(3) 动量定理给出了冲量（过程量）和动量变化（状态量）间的互求关系。

(4) 现代物理学把力定义为物体动量的变化率： $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ （牛顿第二定律的动量形式）。

(5) 动量定理的表达式是矢量式。在一维的情况下，各个矢量必须以同一个规定的方向为正。

4、深刻理解动量守恒定律

(1) .动量守恒定律：一个系统不受外力或者受外力之和为零，这个系统的总动量保持不变。 即： $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$

(2) 动量守恒定律成立的条件

- 系统不受外力或者所受外力之和为零；
- 系统受外力，但外力远小于内力，可以忽略不计；
- 系统在某一个方向上所受的合外力为零，则该方向上动量守恒。
- 全过程的某一阶段系统受的合外力为零，则该阶段系统动量守恒。

(3) .动量守恒定律的表达形式：除了 $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$ ，即 $p_1+p_2=p_1'+p_2'$

外，还有： $\Delta p_1+\Delta p_2=0$ ， $\Delta p_1=-\Delta p_2$ 和 $\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$

(4) 动量守恒定律的重要意义

从现代物理学的理论高度来认识，动量守恒定律是物理学中最基本的普适原理之一。（另一个最基本的普适原理就是能量守恒定律。）从科学实践的角度来看，迄今为止，人们尚未发现动量守恒定律有任何例外。相反，每当在实验中观察到似乎是违反动量守恒定律的现象时，物理学家们就会提出新的假设来补救，最后总是以有新的发现而胜利告终。

例如静止的原子核发生 β 衰变放出电子时，按动量守恒，反冲核应该沿电子的反方向运动。但云室照片显示，两者径迹不在一条直线上。为解释这一反常现象，1930年泡利提出了中微子假说。由于中微子既不带电又几乎无质量，在实验中极难测量，直到1956年人们才首次证明了中微子的存在。（2000年高考综合题23②就是根据这一历史事实设计的）。又如人们发现，两个运动着的带电粒子在电磁相互作用下动量似乎也是不守恒的。这时物理学家把动量的概念推广到了电磁场，把电磁场的动量也考虑进去，总动量就又守恒了。

问题1：掌握求恒力和变力冲量的方法。

恒力 F 的冲量直接根据 $I=Ft$ 求，而变力的冲量一般要由动量定理或 $F-t$ 图线与横轴所夹的面积来求。

例1、质量为 m 的小球由高为 H 的、倾角为 θ 光滑斜面顶端无初速滑到底端过程中，重力、弹力、合力的冲量各是多大？

分析与解：力的作用时间都是 $t = \frac{\sqrt{2H}}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ，力的大小依次是 mg 、 $mg\cos\theta$ 和 $mg\sin\theta$ ，所以它们的冲量依次是：

$$I_G = \frac{m\sqrt{2gH}}{\sin\theta}, I_N = \frac{m\sqrt{2gH}}{\tan\theta}, I_{\text{合}} = m\sqrt{2gH}$$

特别要注意，该过程中弹力虽然不做功，但对物体有冲量。

例2、一个物体同时受到两个力 F_1 、 F_2 的作用， F_1 、 F_2 与时间 t 的关系如图1所示，如果该物体从静止开始运动，经过 $t=10s$ 后 F_1 、 F_2 以及合力 F 的冲量各是多少？

分析与解：经过 $t=10s$ 后， F_1 的冲量 $I_1=10 \times 10/2=50N \cdot s$
 F_2 的冲量 $I_2=-50N \cdot s$ ，合力 F 的冲量为0。

例3、一质量为100g的小球从0.80m高处自由下落到一厚软垫上。若从小球接触软垫到小球陷至最低点经历了0.2s，则这段时间内软垫对小球的冲量为_____。（取 $g=10m/s^2$ ，不计空气阻力）。

分析与解：小球从高处自由下落到软垫陷至最低点经历了两个过程，从高处自由下落到接触软垫前一瞬间，是自由下落过程，接触软垫前一瞬间速度由： $v_i^2 = 2gh$ ，求出 $v_i = \sqrt{2gh} = 4m/s$ 。

接触软垫时受到软垫向上作用力 N 和重力 $G(=mg)$ 作用，规定向下为正，由动量定理：

$$(mg-N)t=0-mv_i$$

故有： $Nt = 0.1 \times 10 \times 0.2N \cdot s + 0.1 \times 4N \cdot s = 0.2N \cdot s + 0.4N \cdot s = 0.6N \cdot s$

在重物与地面撞击问题中，是否考虑重力，取决于相互作用力与重力大小的比较，此题中 $N=0.3N$ ， $mg=0.1N$ ，显然在同一数量级上，不可忽略。若二者不在同一数量级，相差极大，则可考虑忽略不计（实际上从同一高度下落，往往要看撞击时间是否极短，越短冲击力越大）。

问题2：掌握求动量及动量变化的方法。

求动量的变化要用平行四边形定则或动量定理。

例 4、以初速度 v_0 平抛出一个质量为 m 的物体，抛出后 t 秒内物体的动量变化是多少？

分析与解：因为合外力就是重力，所以 $\Delta p = Ft = mgt$

例 5、一粒钢珠从静止状态开始自由下落，然后陷入泥潭中。若把在空中下落的过程称为过程 I，进入泥潭直到停止的过程称为过程 II，则()

- A、过程 I 中钢珠的动量的改变量等于重力的冲量
- B、过程 II 中阻力的冲量的大小等于过程 I 中重力的冲量的大小
- C、I、II 两个过程中合外力的总冲量等于零
- D、过程 II 中钢珠的动量的改变量等于零

分析与解：根据动量定理可知，在过程 I 中，钢珠从静止状态自由下落，不计空气阻力，小球所受的合外力即为重力，因此钢珠的动量的改变量等于重力的冲量，选项 A 正确；过程 I 中阻力的冲量的大小等于过程 I 中重力的冲量的大小与过程 II 中重力的冲量的大小之和，显然 B 选项不对；在 I、II 两个过程中，钢珠动量的改变量各不为零，且它们大小相等、方向相反，但从整体看，钢珠动量的改变量为零，故合外力的总冲量等于零，故 C 选项正确，D 选项错误。因此，本题的正确选项为 A、C。

问题 3：能应用动量定理求解相关问题

遇到涉及力、时间和速度变化的问题时，运用动量定理解答往往比运用牛顿运动定律及运动学规律求解简便。应用动量定理解题的思路和一般步骤为：

- (1)明确研究对象和物理过程；
- (2)分析研究对象在运动过程中的受力情况；
- (3)选取正方向，确定物体在运动过程中始末两状态的动量；
- (4)依据动量定理列方程、求解。

1. 简解多过程问题。

例 6、一个质量为 $m=2\text{kg}$ 的物体，在 $F_1=8\text{N}$ 的水平推力作用下，从静止开始沿水平面运动了 $t_1=5\text{s}$ ，然后推力减小为 $F_2=5\text{N}$ ，方向不变，物体又运动了 $t_2=4\text{s}$ 后撤去外力，物体再经过 $t_3=6\text{s}$ 停下来。试求物体在水平面上所受的摩擦力。

分析与解：规定推力的方向为正方向，在物体运动的整个过程中，物体的初动量 $P_1=0$ ，末动量 $P_2=0$ 。据动量定理有： $(F_1t_1 + F_2t_2 - f(t_1 + t_2 + t_3)) = 0$

$$\text{即： } 8 \times 5 + 5 \times 4 - f(5 + 4 + 6) = 0 \quad , \quad \text{解得 } f = 4\text{N}$$

由例 6 可知，合理选取研究过程，能简化解题步骤，提高解题速度。本题也可以用牛顿运动定律求解。同学们可比较这两种求解方法的简繁情况。

2. 求解平均力问题

例 7、质量是 60kg 的建筑工人，不慎从高空跌下，由于弹性安全带的保护作用，最后使人悬挂在空中。已知弹性安全带缓冲时间为 1.2s ，安全带伸直后长 5m ，求安全带所受的平均冲量。（ $g = 10\text{m/s}^2$ ）

分析与解：人下落为自由落体运动，下落到底端时的速度为： $V_0^2 = 2gh$

$$\therefore V_0 = \sqrt{2gh} = 10\text{m/s}$$

取人为研究对象，在人和安全带相互作用的过程中，人受到重力 mg 和安全带给的冲力 F ，取 F 方向为正方向，由动量定理得： $Ft = mV - mV_0$

$$\text{所以 } F = mg + \frac{mV_0}{t} = 1100\text{N}, \text{ (方向竖直向下)}$$

注意：动量定理既适用于恒力作用下的问题，也适用于变力作用下的问题。如果是在变力作用下的问题，由动量定理求出的力是在 t 时间内的平均值。

3、求解曲线运动问题

例 8、如图 2 所示，以 $V_0 = 10\text{m/s}$ 的初速度、与水平方向成 30° 角抛出一个质量 $m = 2\text{kg}$ 的小球。忽略空气阻力的作用， g 取 10m/s^2 。求抛出后第 2s 末小球速度的大小。

分析与解：小球在运动过程中只受到重力的作用，在水平方向做匀速运动，在竖直方向做匀变速运动，竖直方向应用动量定理得： $F_y t = mV_y - mV_{y0}$

$$\text{所以 } mgt = mV_y - (-mV_0 \sin 30^\circ),$$

$$\text{解得 } V_y = gt - V_0 \sin 30^\circ = 15\text{m/s}.$$

$$\text{而 } V_x = V_0 \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}\text{m/s}$$

$$\text{在第 2s 末小球的速度大小为: } V = \sqrt{V_0^2 + V_y^2} = 10\sqrt{3}\text{m/s}$$

注意：动量定理不仅适用于物体做直线运动的问题，而且也适用物体做曲线运动的问题，在求解曲线运动问题中，一般以动量定理的分量形式建立方程，即：

$$F_x t = mV_x - mV_{x0} \quad F_y t = mV_y - mV_{y0}$$

4、求解流体问题

例 9、某种气体分子束由质量 $m = 5.4 \times 10^{-26}\text{kg}$ 速度 $V = 460\text{m/s}$ 的分子组成，各分子都向同一方向运动，垂直地打在某平面上后又以原速率反向弹回，如分子束中每立方米的体积内有 $n_0 = 1.5 \times 10^{20}$ 个分子，求被分子束撞击的平面所受到的压强。

分析与解：设在 Δt 时间内射到 S 的某平面上的气体的质量为 ΔM ，则：

$$\Delta M = V \Delta t S n_0 m$$

取 ΔM 为研究对象，受到的合外力等于平面作用到气体上的压力 F 以 V 方向规定为正方向，由动量定理得： $-F \cdot \Delta t = \Delta M V - (-\Delta M \cdot V)$ ，解得 $F = -2V^2 n_0 S m$

$$\text{平面受到的压强 } P \text{ 为: } P = F / S = 2V^2 n_0 m = 3.428 P_a$$

注意：处理有关流体(如水、空气、高压燃气等)撞击物体表面产生冲力(或压强)的问题，可以说非动量定理莫属。解决这类问题的关键是选好研究对象，一般情况下选在极短时间 Δt 内射到物体表面上的流体为研究对象

5、对系统应用动量定理。

系统的动量定理就是系统所受合外力的冲量等于系统总动量的变化。若将系统受到的每一个外力、系统内每一个物体的速度均沿正交坐标系 x 轴和 y 轴分解，则系统的动量定理的数学表达式如下：

$$I_{1x} + I_{2x} + \dots = m_1 \Delta V_{1x} + m_2 \Delta V_{2x} + \dots,$$

$$I_{1y} + I_{2y} + \dots = m_1 \Delta V_{1y} + m_2 \Delta V_{2y} + \dots$$

对于不需求解系统内部各物体间相互作用力的问题，采用系统的动量定理求解将会使求解简单、过程明确。

例 10、如图 3 所示，质量为 M 的汽车带着质量为 m 的拖车在平直公路上以加速度 a 匀加速前进，当速度为 V_0 时拖车突然与汽车脱钩，到拖车停下瞬间司机才发现。若汽车的牵引力一直未变，车与路面的动摩擦因数为 μ ，那么拖车刚停下时，汽车的瞬时速度是多大？

分析与解：以汽车和拖车系统为研究对象，全过程系统受的合外力始终为 $(M + m)a$ ，该过程经历时间为 $V_0/\mu g$ ，末状态拖车的动量为零。全过程对系统用动量定理可得：

$$(M + m)a \cdot \frac{V_0}{\mu g} = MV' - (M + m)V_0, \therefore V' = \frac{(M + m)(a + \mu g)}{\mu Mg} V_0$$

注意：这种方法只能用在拖车停下之前。因为拖车停下后，系统受的合外力中少了拖车受到的摩擦力，因此合外力大小不再是 $(M + m)a$ 。

例 11、如图 4 所示，矩形盒 B 的质量为 M ，放在水平面上，盒内有一质量为 m 的物体 A，A 与 B、B 与地面间的动摩擦因数分别 μ_1 、 μ_2 ，开始时二者均静止。现瞬间使物体 A 获取一向右且与矩形盒 B 左、右侧壁垂直的水平速度 V_0 ，以后物体 A 在盒 B 的左右壁碰撞时，B 始终向右运动。当 A 与 B 最后一次碰撞后，B 停止运动，A 则继续向右滑行距离 S 后也停止运动，求盒 B 运动的时间 t 。

分析与解：以物体 A、盒 B 组成的系统为研究对象，它们在水平方向所受的外力就是地面盒 B 的滑动摩擦力，而 A 与 B 间的摩擦力、A 与 B 碰撞时的相互作用力均是内力。设 B 停止运动时 A 的速度为 V ，且假设向右为正方向，由系统的动量定理得：

$$-\mu_2(m + M)gt = mV - mV_0$$

$$\text{当 B 停止运动后，对 A 应用动能定理得：} \mu_1 mgS = \frac{1}{2} mV^2$$

$$\text{由以上二式联立解得：} t = \frac{mV_0 - m\sqrt{2\mu_1 gS}}{\mu_2(M + m)g}。$$

问题 4：能根据动量守恒条件判定系统的动量是否守恒？

例 12、如图 5 所示的装置中，木块 B 与水平桌面间的接触是光滑的，子弹 A 沿水平方向射入木块后留在木块内，将弹簧压缩到最短。现将子弹、木块和弹簧合在一起作为研究对象（系统），则此系统在从子弹开始射入木块到弹簧压缩至最短的整个过程中：

- A、动量守恒、机械能守恒
- B、动量不守恒、机械能不守恒
- C、动量守恒、机械能不守恒
- D、动量不守恒、机械能守恒

分析与解：若以子弹、木块和弹簧合在一起作为研究对象(系统)，从子弹开始射入木块到弹簧压缩至最短时，弹簧固定端墙壁对弹簧有外力作用，因此动量不守恒。而在子弹射入木块时，存在剧烈摩擦作用，有一部分能量将转化为内能，机械能也不守恒。实际上，在子弹射入木块这一瞬间过程，取子弹与木块为系统则可认为动量守恒（此瞬间弹簧尚未形变）。子弹射入木块后木块压缩弹簧过程中，机械能守恒，但动量不守恒。物理规律总是在一定条件得出的，因此在分析问题，不但要弄清取谁作研究对象，还要弄清过程的阶段的选取，判断各阶段满足物理规律的条件。

例 13、质量为 M 的小车中挂有一个单摆，摆球的质量为 M_0 ，小车和单摆以恒定的速度 V_0 沿水平地面运动，与位于正对面的质量为 M_1 的静止木块发生碰撞，碰撞时间极短，在此过程中，下列哪些说法是可能发生的（ ）

- A. 小车、木块、摆球的速度都发生变化，分别为 V_1 、 V_2 和 V_3 ，且满足：
- B. 摆球的速度不变，小车和木块的速度为 V_1 、 V_2 ，且满足： $MV_0=MV_1+M_1V_2$ ；
- C. 摆球的速度不变，小车和木块的速度都为 V ，且满足： $MV_0=(M+M_1)V$ ；
- D. 小车和摆球的速度都变为 V_1 ，木块的速度变为 V_2 ，且满足：

$$(M+M_0)V_0=(M+M_0)V_1+M_1V_2$$

分析与解：小车与木块相碰，随之发生的将有两个过程：其一是，小车与木块相碰，作用时间极短，过程结束时小车与木块速度发生了变化，而小球的速度未变；其二是，摆球将要相对于车向右摆动，又导致小车与木块速度的改变。但是题目中已明确指出只需讨论碰撞的极短过程，不需考虑第二过程。因此，我们只需分析 B、C 两项。其实，小车与木块相碰后，将可能会出现两种情况，即碰撞后小车与木块合二为一或它们碰后又分开，前者正是 C 项所描述的，后者正是 B 项所描述的，所以 B、C 两项正确。

问题 5：能根据动量守恒定律求解“合二为一”和“一分为二”问题。

^a“合二为一”问题：两个速度不同的物体，经过相互作用，最后达到共同速度。

^a“一分为二”问题：两个物体以共同的初速度运动，由于相互作用而分开各自以不同的速度运动。

例 14、甲、乙两小孩各乘一辆小车在光滑水平面上匀速相向行驶，速度均为 6m/s。甲车上有质量为 $m=1\text{kg}$ 的小球若干个，甲和他的车及所带小球的总质量为 $M_1=50\text{kg}$ ，乙和他的车总质量为 $M_2=30\text{kg}$ 。现为避免相撞，甲不断地将小球以相对地面 16.5m/s 的水平速度抛向乙，且被乙接住。假设某一次甲将小球抛出且被乙接住后刚好可保证两车不致相撞，试求此时：

- (1) 两车的速度各为多少？
- (2) 甲总共抛出了多少个小球？

分析与解：甲、乙两小孩依在抛球的时候是“一分为二”的过程，接球的过程是“合

二为一”的过程。

(1) 甲、乙两小孩及两车组成的系统总动量沿甲车的运动方向，甲不断抛球、乙接球后，当甲和小车与乙和小车具有共同速度时，可保证刚好不撞。设共同速度为 V ，则：

$$M_1V_1 - M_2V_1 = (M_1 + M_2)V$$

$$V = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} V_1 = \frac{20}{80} \times 6 \text{ m/s} = 1.5 \text{ m/s}$$

(2) 这一过程中乙小孩及时的动量变化为： $\Delta P = 30 \times 6 - 30 \times (-1.5) = 225 \text{ (kg} \cdot \text{m/s)}$
每一个小球被乙接收后，到最终的动量变化为 $\Delta P_1 = 16.5 \times 1 - 1.5 \times 1 = 15 \text{ (kg} \cdot \text{m/s)}$

$$\text{故小球个数为 } N = \frac{\Delta P}{\Delta P_1} = \frac{225}{15} = 15 \text{ (个)}$$

例 15、人和冰车的总质量为 M ，另有一个质量为 m 的坚固木箱，开始时人坐在冰车上静止在光滑水平冰面上，某一时刻人将原来静止在冰面上的木箱以速度 V 推向前方弹性挡板，木箱与挡板碰撞后又反向弹回，设木箱与挡板碰撞过程中没有机械能的损失，人接到木箱后又以速度 V 推向挡板，如此反复多次，试求人推多少次木箱后将不可能再接到木箱？（已知 $M : m = 31 : 2$ ）

解析：人每次推木箱都可看作“一分为二”的过程，人每次接箱都可以看作是“合二为一”的过程，所以本题为多个“一分为二”和“合二为一”过程的组合过程。

设人第一次推出后自身速度为 V_1 ，则： $MV_1 = mV$ ，

人接后第二次推出，自身速度为 V_2 ，则 $mV + 2mV = MV_2$

（因为人每完成接后推一次循环动作，自身动量可看成增加 $2mV$ ）

设人接后第 n 次推出，自身速度为 V_n ，则 $mV + 2mV(n-1) = MV_n$

$$\therefore V_n = \frac{m}{M} (2n-1)V$$

若 $V_n \geq V$ ，则人第 n 次推出后，不能再接回，将有关数据代入上式得 $n \geq 8.25$ ， $\therefore n = 9$ 。

问题 6: 会用动量守恒定律解“人船模型”问题

两个物体均处于静止，当两个物体存在相互作用而不受外力作用时，系统动量守恒。这类问题的特点：两物体同时运动，同时停止。

例 16、载人气球原静止于高 h 的高空，气球质量为 M ，人的质量为 m ，若人沿绳梯滑至地面，则绳梯至少为多长？

分析与解：气球和人原静止于空中，说明系统所受合力为零，故人下滑过程中系统动量守恒。人着地时，绳梯至少应触及地面，若设绳梯长为 L ，人沿绳梯滑至地面的时间为 t ，由动量守恒定律有： $M \frac{L-h}{t} = m \frac{h}{t}$ ，解得 $L = \frac{M+m}{M} h$ 。

例 17、如图 7 所示，质量为 M 的车静止在光滑水平面上，车右侧内壁固定有发射装置。车左侧内壁固定有沙袋。发射器口到沙袋的距离为 d ，把质量为 m 的弹丸最终射入沙袋中，这一过程中车移动的距离是_____。

分析与解：本题可把子弹看作“人”，把车看作“船”，这样就可以用“人船模

型”来求解.

$$m \frac{S_1}{t} - M \frac{S_2}{t} = 0, S_1 + S_2 = d, \text{解得 } S_2 = \frac{md}{m+M}.$$

例 18、质量为 M 、长为 L 的船静止在静水中，船头及船尾各站着质量分别为 m_1 及 m_2 的人，当两人互换位置后，船的位移有多大？

分析与解：利用“人船模型”易求得船的位移大小为： $S = \frac{(m_1 - m_2)L}{M + m_1 + m_2}$. 提示：若

$m_1 > m_2$, 本题可把 $(m_1 - m_2)$ 等效为一个人，把 $(M + 2m_2)$ 看着船，再利用人船模型进行分析求解较简便。

问题 7: 会分析求解“三体二次作用过程”问题

所谓“三体二次作用”问题是指系统由三个物体组成，但这三个物体间存在二次不同的相互作用过程。解答这类问题必须弄清这二次相互作用过程的特点，有哪几个物体参加？是短暂作用过程还是持续作用过程？各个过程遵守什么规律？弄清上述问题，就可以对不同的物理过程选择恰当的规律进行列式求解。

例 19、光滑的水平面上，用弹簧相连的质量均为 2kg 的 A 、 B 两物块都以 $V_0 = 6\text{m/s}$ 的速度向右运动，弹簧处于原长，质量为 4kg 的物块 C 静止在前方，如图 8 所示。 B 与 C 碰撞后二者粘在一起运动，在以后的运动中，当弹簧的弹性势能达到最大为 _____ J 时，物块 A 的速度是 _____ m/s 。

分析与解：本题是一个“三体二次作用”问题：“三体”为 A 、 B 、 C 三物块。“二次作用”过程为第一次是 B 、 C 二物块发生短时作用，而 A 不参加，这过程动量守恒而机械能不守恒；第二次是 B 、 C 二物块作为一整体与 A 物块发生持续作用，这过程动量守恒机械能也守恒。

对于第一次 B 、 C 二物块发生短时作用过程，设 B 、 C 二物块发生短时作用后的共同速度为 V_{BC} ，则据动量守恒定律得：

$$m_B V_0 = (m_B + m_C) V_{BC} \quad (1)$$

对于第二次 B 、 C 二物块作为一整体与 A 物块发生持续作用，设发生持续作用后的共同速度为 V ，则据动量守恒定律和机械能守恒定律得：

$$m_A V_0 + (m_B + m_C) V_{BC} = (m_A + m_B + m_C) V \quad (2)$$

$$E_P = \frac{1}{2} m_A V_0^2 + \frac{1}{2} (m_B + m_C) V_{BC}^2 - \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) V^2 \quad (3)$$

由式(1)、(2)、(3)可得：当弹簧的弹性势能达到最大为 $E_P = 12\text{J}$ 时，物块 A 的速度 $V = 3\text{ m/s}$ 。

例 20、如图 9 所示为三块质量均为 m ，长度均为 L 的木块。木块 1 和木块 2 重叠放置在光滑的水平桌面上，木块 3 沿光滑水平桌面运动并与叠放在下面的木块 2 发生碰撞后粘合在一起，如果要求碰后原来叠放在上面的木块 1 完全移到木块 3 上，并且不会从木块 3

上掉下，木块3碰撞前的动能应满足什么条件？设木块之间的动摩擦因数为 μ 。

分析与解：设第3块木块的初速度为 V_0 ，对于3、2两木块的系统，设碰撞后的速度为 V_1 ，据动量守恒定律得： $mV_0=2mV_1$ ○

对于3、2整体与1组成的系统，设共同速度为 V_2 ，则据动量守恒定律得：

$$2mV_1=3mV_2 \quad \circ$$

(1)第1块木块恰好运动到第3块上，首尾相齐，则据能量守恒有：

$$\mu mgL = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot V_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot V_2^2 \quad \circ$$

由○○○联立方程得： $E_{k3}=6\mu mgL$ ○

(2)第1块运动到第3块木块上，恰好不掉下，据能量守恒定律得：

$$\mu mg(1.5L) = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot V_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot V_2^2 \quad \circ$$

由○○○联立方程得： $E_{k3}=9\mu mgL$

$$\text{故： } 6\mu mgL \leq E_{k3} \leq 9\mu mgL$$

问题8、会分析求解“二体三次作用过程”问题

所谓“二体三次作用”问题是指系统由两个物体组成，但这两个物体存在三次不同的相互作用过程。求解这类问题的关键是正确划分三个不同的物理过程，并能弄清这些过程的特点，针对相应的过程应用相应的规律列方程解题。

例21、如图10所示，打桩机锤头质量为 M ，从距桩顶 h 高处自由下落，打在质量为 m 的木桩上，且在极短时间内便随桩一起向下运动，使得木桩深入泥土的距离为 S ，那么在木桩下陷过程中泥土对木桩的平均阻力是多少？

分析与解：这是一道联系实际的试题。许多同学对打木桩问题的过程没有弄清楚，加上又不理解“作用时间极短”的含意而酿成错误。其实打木桩问题可分为三个过程：

其一：锤头自由下落运动过程，设锤刚与木桩接触的速度为 V_0 ，则据机械能守恒定律得：

$$Mgh = \frac{1}{2} MV_0^2, \text{ 所以 } V_0 = \sqrt{2gh}。$$

其二：锤与木桩的碰撞过程，由于作用时间极短，内力远大于外力，动量守恒，设碰后的共同速度为 V ，据动量守恒定律可得：

$$MV_0 = (M+m)V, \text{ 所以 } V = \frac{MV_0}{M+m}$$

其三：锤与桩一起向下做减速运动过程，设在木桩下陷过程中泥土对木桩的平均阻力为 f ，由动能定理可得：

$$(M+m)gS-fS=0-\frac{1}{2}(M+m)V^2, \text{所以 } f=(M+m)g+\frac{M^2gh}{(M+m)S}.$$

例 22、如图 11 所示，C 是放在光滑的水平面上的一块木板，木板的质量为 $3m$ ，在木板的上面有两块质量均为 m 的小木块 A 和 B，它们与木板间的动摩擦因数均为 μ 。最初木板静止，A、B 两木块同时以方向水平向右的初速度 V_0 和 $2V_0$ 在木板上滑动，木板足够长，A、B 始终未滑离木板。求：

- (1) 木块 B 从刚开始运动到与木板 C 速度刚好相等的过程中，木块 B 所发生的位移；
- (2) 木块 A 在整个过程中的最小速度。

分析与解：（1）木块 A 先做匀减速直线运动，后做匀加速直线运动；木块 B 一直做匀减速直线运动；木板 C 做两段加速度不同的匀加速直线运动，直到 A、B、C 三者的速度相等为止，设为 V_1 。对 A、B、C 三者组成的系统，由动量守恒定律得：

$$mV_0 + 2mV_0 = (m + m + 3m)V_1$$

解得： $V_1=0.6V_0$

对木块 B 运用动能定理，有：

$$-\mu mgs = \frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}m(2V_0)^2$$

解得： $s = 9V_0^2 / (50\mu g)$

- (2) 设木块 A 在整个过程中的最小速度为 V' ，所用时间为 t ，由牛顿第二定律：

对木块 A： $a_1 = \mu mg / m = \mu g$ ，

对木板 C： $a_2 = 2\mu mg / 3m = 2\mu g / 3$ ，

当木块 A 与木板 C 的速度相等时，木块 A 的速度最小，因此有：

$$V_0 - \mu gt = (2\mu g / 3)t$$

解得 $t = 3V_0 / (5\mu g)$

木块 A 在整个过程中的最小速度为： $V' = V_0 - a_1 t = 2V_0 / 5$ 。

问题 9: 会用动量守恒定律解“碰撞类”问题

1. 碰撞的特点

- (1) 作用时间极短，内力远大于外力，总动量总是守恒的。
- (2) 碰撞过程中，总动能不增。因为没有其它形式的能量转化为动能。
- (3) 碰撞过程中，当两物体碰后速度相等时，即发生完全非弹性碰撞时，系统动能损失最大。

(4) 碰撞过程中, 两物体产生的位移可忽略。

2. 判定碰撞可能性问题的分析思路

(1) 判定系统动量是否守恒。

(2) 判定物理情景是否可行, 如追碰后, 前球动量不能减小, 后球动量在原方向上不能增加; 追碰后, 后球在原方向的速度不可能大于前球的速度。

(3) 判定碰撞前后动能是不增加。

例 23、甲乙两球在水平光滑轨道上向同方向运动, 已知它们的动量分别是 $P_1=5\text{kg}\cdot\text{m/s}$, $P_2=7\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 甲从后面追上乙并发生碰撞, 碰后乙球的动量变为 $10\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 则二球质量 m_1 与 m_2 间的关系可能是下面的哪几种?

A、 $m_1=m_2$ B、 $2m_1=m_2$ C、 $4m_1=m_2$ D、 $6m_1=m_2$ 。

分析与解: 甲乙两球在碰撞过程中动量守恒, 所以有:

$$P_1+P_2=P_1'+P_2' \quad \text{即: } P_1'=2\text{kg}\cdot\text{m/s}。$$

由于在碰撞过程中, 不可能有其它形式的能量转化为机械能, 只能是系统内物体间机械能相互转化或一部分机械能转化为内能, 因此系统的机械能不会增加。所以有:

$$\frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} \geq \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2}$$

所以有: $m_1 \leq \frac{21}{51} m_2$, 不少学生就选择 (C、D) 选项。

这个结论合“理”, 但却不合“情”。因为题目给出物理情景是“甲从后面追上乙”,

要符合这一物理情景, 就必须有 $\frac{P_1}{m_1} \geq \frac{P_2}{m_2}$, 即 $m_1 \leq \frac{5}{7} m_2$; 同时还要符合碰撞后乙球的速度

必须大于或等于甲球的速度这一物理情景, 即 $\frac{P_1'}{m_1} \leq \frac{P_2'}{m_2}$, 所以 $m_1 \geq \frac{1}{5} m_2$. 因此选项 (D)

是不合“情”的, 正确的答案应该是 (C) 选项。

例 24、如图 12 所示, 半径和动能都相等的两个小球相向而行. 甲球质量 $m_{\text{甲}}$ 大于乙球质量 $m_{\text{乙}}$, 水平面是光滑的, 两球做对心碰撞以后的运动情况可能是下述哪些情况?

- A. 甲球速度为零, 乙球速度不为零
- B. 两球速度都不为零
- C. 乙球速度为零, 甲球速度不为零
- D. 两球都以各自原来的速率反向运动

分析与解: 首先根据两球动能相等, $\frac{1}{2} m_{\text{甲}} V_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{乙}} V_{\text{乙}}^2$ 得出两球碰前动量大小之

比为: $\frac{P_{\text{甲}}}{P_{\text{乙}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{甲}}}{m_{\text{乙}}}}$, 因 $m_{\text{甲}} > m_{\text{乙}}$, 则 $P_{\text{甲}} > P_{\text{乙}}$, 则系统的总动量方向向右。

根据动量守恒定律可以判断, 碰后两球运动情况可能是 A、B 所述情况, 而 C、D 情况

是违背动量守恒的, 故 C、D 情况是不可能的。

问题 10: 会用动量守恒定律和能量守恒解“相对滑动类”问题

解决动力学问题, 一般有三种途径: (1) 牛顿第二定律和运动学公式(力的观点); (2) 动量定理和动量守恒定律(动量观点); (3) 动能定理、机械能守恒定律、功能关系、能的转化和守恒定律(能量观点). 以上这三种观点俗称求解力学问题的三把“金钥匙”. 如何合理选取三把“金钥匙”解决动力学问题, 是老师很难教会的。但可以通过分别用三把“金钥匙”对一道题进行求解, 通过比较就会知道如何选取三把“金钥匙”解决动力学问题, 从而提高分析问题解决问题的能力。

例 25、如图 13 所示, 一质量为 M 、长为 L 的长方形木板 B 放在光滑的水平地面上, 在其右端放一质量为 m 的小木块 A , $m < M$. 现以地面为参照系, 给 A 和 B 以大小相等、方向相反的初速度(如图 1), 使 A 开始向左运动, B 开始向右运动, 但最后 A 刚好没有滑离 B 板, 以地面为参照系。

(1) 若已知 A 和 B 的初速度大小为 V_0 , 求它们最后的速度大小和方向。

(2) 若初速度的大小未知, 求小木块 A 向左运动到达的最远处(从地面上看)离出发点的距离。

分析与解: 方法 1、用牛顿第二定律和运动学公式求解。

A 刚好没有滑离 B 板, 表示当 A 滑到 B 板的最左端时, A 、 B 具有相同的速度, 设此速度为 V , 经过时间为 t , A 、 B 间的滑动摩擦力为 f . 如图 14 所示。

对 A 据牛顿第二定律和运动学公式有:

$$f = ma_A, \quad L_2 = V_0 t - \frac{1}{2} a_A t^2, \quad V = -V_0 + a_A t;$$

对 B 据牛顿第二定律和运动学公式有:

$$f = Ma_B, \quad L_0 = V_0 t - \frac{1}{2} a_B t^2, \quad V = V_0 - a_B t;$$

由几何关系有: $L_0 + L_2 = L$;

由以上各式可求得它们最后的速度大小为

$$V = \frac{M - m}{M + m} \cdot V_0, \quad \text{方向向右。}$$

$$fL = \frac{2mMV_0^2}{M + m}$$

对 A , 向左运动的最大距离为 $L_1 = \frac{V_0^2}{2a_A} = \frac{m + M}{4M} L$ 。

方法 2、用动能定理和动量定理求解。

A 刚好没有滑离 B 板, 表示当 A 滑到 B 板的最左端时, A 、 B 具有相同的速度, 设此速度为 V , 经过时间为 t , A 和 B 的初速度的大小为 V_0 , 则据动量定理可得: ♦

对 A : $ft = mV + mV_0 \quad \circ$

对 B : $-ft = MV - MV_0 \quad \diamond \quad \circ$

解得： $V = \frac{M - m}{M + m} V_0$ ，方向向右

A 在 B 板的右端时初速度向左，而到达 B 板左端时的末速度向右，可见 A 在运动过程中必须经历向左作减速运动直到速度为零，再向右作加速运动直到速度为 V 的两个阶段。设 L_1 为 A 开始运动到速度变为零过程中向左运动的路程， L_2 为 A 从速度为零增加到速度为 V 的过程中向右运动的路程， L_0 为 A 从开始运动到刚好到达 B 的最左端的过程中 B 运动的路程，如图 2 所示，设 A 与 B 之间的滑动摩擦力为 f，则由动能定理可得：◆

$$\text{对于 B: } -fL_0 = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}MV_0^2 \quad \circ$$

$$\text{对于 A: } -fL_1 = -\frac{1}{2}mV_0^2 \quad \circ$$

$$f(L_1 - L_2) = \frac{1}{2}mV^2 \quad \circ$$

$$\text{由几何关系 } L_0 + L_2 = L \quad \circ$$

由①、②、③、④、⑤、○联立求得 $L_1 = \frac{(M + m)L}{4M}$ 。

方法 3、用能量守恒定律和动量守恒定律求解。

A 刚好没有滑离 B 板，表示当 A 滑到 B 板的最左端时，A、B 具有相同的速度，设此速度为 V，A 和 B 的初速度的大小为 V_0 ，则据动量守恒定律可得：◆

$$MV_0 - mV_0 = (m + m)V \quad \blacklozenge$$

解得： $V = \frac{M - m}{M + m} \cdot V_0$ ，方向向右。

对系统的全过程，由能量守恒定律得： $Q = fL = \frac{1}{2}(M + m)V_0^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2$

$$\text{对于 A } fL_1 = \frac{1}{2}mV_0^2$$

由上述二式联立求得 $L_1 = \frac{(M + m)L}{4M}$ 。

从上述三种解法中，同学们不难看出，解法三简洁明了，容易快速求出正确答案。因此我们在解决动力学问题时，应优先考虑使用能量守恒定律和动量守恒定律求解，其次是考虑使用动能定理和动量定理求解，最后才考虑使用牛顿第二定律和运动学公式求解。

问题 11、会根据图象分析推理解答相关问题

例 26、A、B 两滑块在一水平长直气垫导轨上相碰，用闪光照相机在 $t_0 = 0$ ， $t_1 = \Delta t$ ， $t_2 = 2\Delta t$ ， $t_3 = 3\Delta t$ 各时刻闪光四次，摄得如图 15 所示照片，其中 B 像有重叠， $m_B = \frac{3}{2}m_A$ ，由此可判断（ ）

A. 碰前 B 静止，碰撞发生在 60 cm 处， $t = 2.5\Delta t$ ；

B.碰撞前 B 静止, 碰撞发生在 60 cm 处, $t = 0.5\Delta t$;

C.碰撞后 B 静止, 碰撞发生在 60 cm 处, $t = 0.5\Delta t$;

D.碰撞后 B 静止, 碰撞发生在 60 cm 处, $t = 2.5\Delta t$ 。

分析与解: 若碰撞前 B 静止, 则 $V_{B0}=0$, 则 t_0, t_1, t_2 时刻 B 都处在 60cm 处, 所以碰撞只能发生在 $x=60\text{cm}$ 处, 碰撞时 $t = 2.5\Delta t$, 碰撞后 B 的速度 $V_{Bt} = \frac{10}{\Delta t/2}$; 碰撞前 A 的速度

$$V_{A0} = \frac{20}{\Delta t}, \text{ 碰撞后 } V_{At} = -\frac{5}{\Delta t/2}。$$

碰撞前系统动量为: $m_A \cdot \frac{20}{\Delta t}$, 碰撞后系统动量为: $-m_A \cdot \frac{5}{\Delta t/2} + m_B \cdot \frac{10}{\Delta t/2}$, 满足动量守恒定律;

碰撞前系统动能为: $\frac{1}{2} m_A \frac{400}{\Delta t^2}$, 碰撞后系统动能为: $\frac{1}{2} m_A \frac{100}{\Delta t^2} + \frac{1}{2} m_B \frac{400}{\Delta t^2}$, 显然碰撞后系统的动能增加, 不符合能量守恒定律。

所以碰撞前 B 不可能静止, 即 AC 二选项错误。

若碰撞后 B 静止, 则 $V_{Bt}=0$, 则 t_1, t_2, t_3 时刻 B 都处在 60cm 处, 所以碰撞只能发生在 $x=60\text{cm}$ 处, 碰撞时 $t = 0.5\Delta t$, 碰撞前 B 的速度 $V_{B0} = -\frac{10}{\Delta t/2}$; 碰撞后 A 的速度 $V_{At} = -\frac{20}{\Delta t}$,

$$\text{碰撞前 A 的速度 } V_{A0} = \frac{5}{\Delta t/2}。$$

碰撞前系统动量为: $m_A \cdot \frac{10}{\Delta t} - m_B \cdot \frac{20}{\Delta t}$, 碰撞前系统动量为: $-m_A \cdot \frac{20}{\Delta t}$, 满足动量守恒定律;

碰撞前系统动能为: $\frac{1}{2} m_A \frac{100}{\Delta t^2} + \frac{1}{2} m_B \frac{400}{\Delta t^2}$, 碰撞后系统动能为: $\frac{1}{2} m_A \frac{400}{\Delta t^2}$, 显然碰撞后系统的动能减少, 符合能量守恒定律。

综上所述, 只有选项 B 正确。

例 27、如图 16 所示, 质量为 M 的木板静止在光滑水平面上。一个质量为 m 的小滑块以初速度 V_0 从木板的左端向右滑上木板。滑块和木板的水平速度随时间变化的图象如图 17 所示。某同学根据图象作出如下一些判断:

- A. 滑块与木板间始终存在相对运动;
- B. 滑块始终未离开木板;
- C. 滑块的质量大于木板的质量;
- D. 在 t_1 时刻滑块从木板上滑出。

分析与解: 从图 17 中可以看出, 滑块与木板始终没有达到共同速度, 所以滑块与木板间始终存在相对运动; 又因木板的加速度较大, 所以滑块的质量大于木板的质量; 因在 t_1

时刻以后，滑块和木板都做匀速运动，所以在 t_1 时刻滑块从木板上滑出。即选项 ACD 正确。

问题 12、会利用数学方法求解物理问题。

例 28、用质量为 M 的铁锤沿水平方向将质量为 m 、长为 L 的铁钉敲入木板，铁锤每次以相同的速度 V_0 击钉，随即与钉一起运动并使钉进入木板一定距离。在每次击进入木板的过程中，钉所受的平均阻力为前一次受击进入木板过程中所受平均阻力的 K 倍 ($K>1$)。若第一次敲击使钉进入木板深度为 L_1 ，问至少敲击多少次才能将钉全部敲入木板？并就你的解答讨论要将钉全部敲入木板， L_1 必须满足什么条件？

分析与解：设铁锤每次敲击铁钉后以共同速度 V 运动，根据动量守恒定律可得：

$$MV_0 = (M+m)V$$

设第一次受击进入木板过程中受平均阻力为 f_1 ，则根据动能定理可得：

$$-f_1 L_1 = 0 - \frac{1}{2} MV^2 = -\frac{M^2 V_0^2}{2(M+m)}$$

第二次受击进入木板过程中受平均阻力为 $f_2 = Kf_1$ ，根据动能定理可得：

$$-Kf_1 L_2 = 0 - \frac{1}{2} MV^2 = -\frac{M^2 V_0^2}{2(M+m)}$$

所以 $L_2 = L_1/K$ 。同理可得 $L_3 = L_1/K^2$ ， $L_4 = L_1/K^3$ $L_n = L_1/K^{(n-1)}$

$$\text{因为 } L = L_1 + L_2 + \frac{1}{4} L_1 + L_n = \frac{K^{n-1} - 1}{K^n (K - 1)} L_1, \text{ 所以 } n = \log_K \left(\frac{KL_1}{KL_1 + L - KL} \right)$$

当 $KL_1 + L - KL \leq 0$ 时，上式无意义，但其物理意义是当 $KL_1 + L - KL \leq 0$ 时不论你敲击多少次都不能将铁钉全部敲入木板。所以要将钉全部敲入木板， L_1 必须满足：

$$L_1 > (K-1) L/K$$

典型错误之一、忽视动量守恒定律的系统性

动量守恒定律描述的对象是由两个以上的物体构成的系统，研究的对象具有系统性，若在作用前后丢失任一部分，在解题时都会得出错误的结论。

例 29、一门旧式大炮在光滑的平直轨道上以 $V=5m/s$ 的速度匀速前进，炮身质量为 $M=1000kg$ ，现将一质量为 $m=25kg$ 的炮弹，以相对炮身的速度大小 $u=600m/s$ 与 V 反向水平射出，求射出炮弹后炮身的速度 V' 。

错解：根据动量守恒定律有：

$$MV = MV' + m[-(u-V')], \text{ 解得 } V' = \frac{MV + mu}{m + M} = 19.5m/s$$

分析纠错：以地面为参考系，设炮车原运动方向为正方向，根据动量定律有：

$$(M+m) V = MV' + m[-(u-V')]$$

$$\text{解得 } V' = V + \frac{mV}{M+m} = 19.6 \text{ m/s}$$

典型错误之二、忽视动量守恒定律的矢量性

动量守恒定律的表达式是矢量方程，对于系统内各物体相互作用前后均在同一直线上运动的问题，应首先选定正方向，凡与正方向相同的动量取正，反之取负。对于方向未知的动量一般先假设为正，根据求得的结果再判断假设真伪。

例 30、质量为 m 的 A 球以水平速度 V 与静止在光滑的水平面上的质量为 $3m$ 的 B 球正碰，A 球的速度变为原来的 $1/2$ ，则碰后 B 球的速度是（以 V 的方向为正方向）。

A. $V/2$, B. $-V$ C. $-V/2$ D. $V/2$

错解：设 B 球碰后速度为 V' ，由动量守恒定律得： $mV = \frac{1}{2}mV + 3mV'$, $V' = \frac{V}{6}$ 。

分析纠错：碰撞后 A 球、B 球若同向运动，A 球速度小于 B 球速度，显然答案中没有，因此，A 球碰撞后方向一定改变，A 球动量应 $m(-V/2)$ 。

由动量守恒定律得： $mV = m(-\frac{V}{2}) + 3mV'$, $V' = V/2$ 。

故 D 正确。

典型错误之三、忽视动量守恒定律的相对性

动量守恒定律表达式中各速度必须是相对同一参考系。因为动量中的速度有相对性，在应用动量守恒定律列方程时，应注意各物体的速度必须是相对同一参考系的速度。若题设条件中物体不是相对同一参考系的，必须将它们转换成相对同一参考系的，必须将它们转换成相对同一参考系的速度。一般以地面为参考系。

例 31、某人在一只静止的小船上练习射击，船、人和枪（不包含子弹）及船上固定靶的总质量为 M ，子弹质量 m ，枪口到靶的距离为 L ，子弹射出枪口时相对于枪口的速率恒为 V ，当前一颗子弹陷入靶中时，随即发射后一颗子弹，则在发射完全部 n 颗子弹后，小船后退的距离多大？（不计水的阻力）

错解：选船、人、枪上固定靶和子弹组成的系统为研究对象，开始时整个系统处于静止，系统所受合外力为 0，当子弹射向靶的过程中，系统动量守恒，船将向相反的方向移动。

当第一颗子弹射向靶的过程中，船向相反的方向运动，此时与船同时运动的物体的总质量为 $M + (n-1)m$ ，当第一颗子弹射入靶中后，根据动量守恒，船会停止运动，系统与初始状态完全相同。

当第二颗子弹射向靶的过程中，子弹与船重复刚才的运动，直到 n 颗子弹全部射入靶中，所以在发射完全部 n 颗子弹的过程中，小船后退的距离应是发射第一颗子弹的过程中小船后退距离的 n 倍。

设子弹运动方向为正方向，在发射第一颗子弹的过程中小船后退的距离 S ，子弹飞行的距离为 L ，则由动量守恒定律有：

$$mL - [M + (n-1)m]S = 0$$

$$\text{解得: } S = \frac{mL}{M + (n-1)m}$$

每颗子弹射入靶的过程中, 小船后退的距离都必须是相同, 因此 n 颗子弹全部射入的过程, 小船后退的总距离为 $nS = \frac{nmL}{M + (n-1)m}$.

分析纠错: 没有把所有的速度变换成相对于同一参考系的速度。由于船的速度是相对于地面的, 而子弹的速度是相对于船的, 导致船的位移是相对于地面的, 而子弹的位移是相对于船的, 所以解答错误。

设子弹运动方向为正方向, 在发射第一颗子弹的过程中小船后退的距离为 S , 根据题意知子弹飞行的距离为 $(L-S)$, 则由动量守恒定律有:

$$m(L-S) - [M + (n-1)m]S = 0$$

$$\text{解得: } S = \frac{mL}{M + nm}$$

每颗子弹射入靶的过程中, 小船后退的距离都相同, 因此 n 颗子弹全部射入的过程, 小船后退的总距离为 $nS = \frac{nmL}{M + nm}$.

典型错误之四、忽视动量守恒定律的同时性

动量守恒定律方程两边的动量分别是系统在初、末态的总动量, 初态动量的速度都应该是相互作用前同一时刻的瞬时速度, 末态动量中的速度都必须是相互作用后同一时刻的瞬时速度。

例 32、平静的水面上有一载人小船, 船和人共同质量为 M , 站立在船上的人手中拿一质量为 m 的物体。起初人相对船静止, 船、人、物体以共同速度 V_0 前进, 当人相对于船以速度 u 向相反方向将物体抛出时, 人和船的速度为多大? (水的阻力不计)。

错解: 取人、船、物组成的系统为研究对象, 由于水的阻力不计, 系统的动量守恒。

以船速 V_0 的方向为正方向, 设抛出物体后人 and 船的速度为 V , 物体对地的速度为 $(V_0 - u)$ 。由动量守恒定律得:

$$(M+m) V_0 = MV + m(V_0 - u),$$

$$\text{解得 } V = \frac{mV + MV_0}{M}$$

分析纠错: 错误在于没有注意同时性, 应明确物体被抛出的同时, 船速已发生变化, 不再是原来的 V_0 , 而变成了 V , 即 V 与 u 是同一时刻, 抛出后物对地速度是 $(V - u)$, 而不是 $(V_0 - u)$ 。

由动量守恒定律得: $(M+m) V_0 = MV + m(V - u)$

$$\text{解得: } V = V_0 + \frac{mu}{M + m}$$

典型错误之五、忽视动量定理的矢量性

例 33、蹦床是运动员在一张绷紧的弹性网上蹦跳、翻滚并做各种空中动作的运动项目。一个质量为 60kg 的运动员，从离水平网面 3.2m 高处自由下落，着网后沿竖直方向蹦回到离水平网面 5.0m 高处。已知运动员与网接触的时间为 1.2s。若把在这段时间内网对运动员的作用力当作恒力处理，求此力的大小。（ $g=10\text{m/s}^2$ ）

错解：将运动员看质量为 m 的质点，从 h_1 高处下落，刚接触网时速度的大小 $V_1 = \sqrt{2gh_1}$ （向下），弹跳后到达的高度为 h_2 ，刚离网时速度的大小 $V_2 = \sqrt{2gh_2}$ （向上），以 Δt 表示接触时间，接触过程中运动员受到向上的弹力 F 和向下的重力 mg 。由动量定理得：（ $F-mg$ ） $\Delta t = mV_2 - mV_1$ ，由以上各式解得，

$$F = mg + m \frac{\sqrt{2gh_2} - \sqrt{2gh_1}}{\Delta t} \quad , \quad \text{代入数值得：} \quad F = 700N \quad .$$

分析纠错：错误原因是忽视了动量定理的矢量性。由动量定理得：

$$(F-mg) \Delta t = mV_2 + mV_1, \quad \text{由以上各式解得，} \quad F = mg + m \frac{\sqrt{2gh_2} + \sqrt{2gh_1}}{\Delta t} \quad .$$

代入数值得： $F = 1500N$ 。

典型错误之六、运用动量定理解题受力分析掉重力

对于例 33 还有如下一种常见错误：

错解：将运动员看质量为 m 的质点，从 h_1 高处下落，刚接触网时速度的大小 $V_1 = \sqrt{2gh_1}$ （向下），弹跳后到达的高度为 h_2 ，刚离网时速度的大小 $V_2 = \sqrt{2gh_2}$ （向上），以 Δt 表示接触时间，由动量定理得： $F \Delta t = mV_2 + mV_1$ ，由以上各式解得，

$$F = m \frac{\sqrt{2gh_2} + \sqrt{2gh_1}}{\Delta t} \quad , \quad \text{代入数值得：} \quad F = 900N \quad .$$

分析纠错：错误原因是受力分析时掉重力。

四、如临高考测试

- 以下说法中正确的是：
 - 动量相等的物体，动能也相等；
 - 物体的动能不变，则动量也不变；
 - 某力 F 对物体不做功，则这个力的冲量就为零；
 - 物体所受到的合冲量为零时，其动量方向不可能变化。
- 一个笔帽竖立在桌面上平放的纸条上，要求把纸条从笔帽下抽出，如果缓慢拉动纸条笔帽必倒；若快速拉纸条，笔帽可能不倒。这是因为
 - 缓慢拉动纸条时，笔帽受到冲量小；
 - 缓慢拉动纸条时，纸条对笔帽的水平作用力小；
 - 快速拉动纸条时，笔帽受到冲量小；
 - 快速拉动纸条时，纸条对笔帽的水平作用力小。

3. 两辆质量相同的小车置于光滑的水平面上, 有一个人静立在 a 车上。当此人从 a 车跳到 b 车上, 接着又跳回 a 车, 则 a 车的速率:

A. 为 0; B. 等于 b 车速率; C. 大于 b 车速率; D. 小于 b 车速率。

4. 恒力 F 作用在质量为 m 的物体上, 如图 18 所示, 由于地面对物体的摩擦力较大, 没有被拉动, 则经时间 t , 下列说法正确的是

- A. 拉力 F 对物体的冲量大小为零
- B. 拉力 F 对物体的冲量大小为 Ft
- C. 拉力 F 对物体的冲量大小是 $Ft\cos\theta$
- D. 合力对物体的冲量大小为零

5. 为了模拟宇宙大爆炸初的情境, 科学家们使两个带正电的重离子被加速后, 沿同一条直线相向运动而发生猛烈碰撞, 若要碰撞前的动能尽可能多地转化为内能, 应该设法使两个重离子在碰撞前的瞬间具有

- A. 相同的速率; B. 相同大小的动量;
- C. 相同的动能; D. 相同的质量。

6. 在光滑水平面上, 动能为 E_0 、动量的大小为 P_0 的小钢球 1 与静止小钢球 2 发生碰撞, 碰撞前后球 1 的运动方向相反。将碰撞后球 1 的动能和动量的大小分别记为 E_1 、 P_1 , 球 2 的动能和动量的大小分别记为 E_2 、 P_2 , 则不可能有:

- A. $E_1 < E_0$ B. $p_1 < p_0$ C. $E_2 > E_0$ D. $p_2 > p_0$

7. 如图 19 所示, 光滑水平面上有大小相同的 A、B 两球在同一直线上运动。两球质量关系为 $m_B = 2m_A$, 规定向右为正方向, A、B 两球的动量均为 $6\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 运动中两球发生碰撞, 碰撞后 A 球的动量增量为 $-4\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 则 ()

- A. 左方是 A 球, 碰撞后 A、B 两球速度大小之比为 2:5;
- B. 左方是 A 球, 碰撞后 A、B 两球速度大小之比为 1:10;
- C. 右方是 A 球, 碰撞后 A、B 两球速度大小之比为 2:5;
- D. 右方是 A 球, 碰撞后 A、B 两球速度大小之比为 1:10.

8. 如图 20 所示, 质量为 M 的斜面放在光滑的水平面上, 质量为 m 的物体由静止开始从斜面的顶端滑到底端, 在这过程中:

- A. M 、 m 组成的系统满足动量守恒;
- B. m 对 M 的冲量等于 M 的动量变化;
- C. m 、 M 各自的水平方向动量的增量的大小相等;
- D. M 对 m 的支持力的冲量为零。

9. 一导弹离地面高度 h 水平飞行。某一时刻, 导弹的速度为 V , 突然爆炸成质量相同的

A、B 两块, A、B 同时落到地面, 两落地点相距 $4V\sqrt{\frac{2h}{g}}$, 两落地点与爆炸前导弹速度在

同一竖直平面内。不计空气阻力。已知爆炸后瞬间, A 的动能为 E_{KA} , B 的动能为 E_{KB} , 则 $E_{KA}:E_{KB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 一个质量为 m 的物体, 从静止开始沿倾角为 θ 的光滑斜面下滑, 在物体速度由 0 增

至 V 的过程中，斜面对物体弹力的冲量的大小为_____。

11. 质量都是 1kg 的物体 A、B，中间用一轻弹簧连接，放在光滑的水平地面上。现使 B 物体靠在墙上，用力推物体 A 压缩弹簧，如图 21 所示。这个过程中外力做功为 8J ，待系统静止后突然撤去外力。从撤去外力到弹簧第一次恢复到原长时 B 物体的动量为_____。当 A、B 间距离最大时 B 物体的速度大小为_____ m/s 。
12. 高压水枪喷口半径为 r ，射出的水流速度为 V ，水平地打在竖直煤壁上后速度变为零。设水的密度为 ρ ，求高速水流对煤壁的冲击力的大小。
13. 一架质量为 500kg 的直升飞机，其螺旋桨把空气以 50m/s 的速度下推，恰使直升飞机停在空中，则每秒钟螺旋桨所推下的空气质量为多少？
14. 列车载重时简单地直接启动有困难，司机常常先倒车再起动车前进。在平直轨道上机车启动时的牵引力为 F ，机车后面挂接有 $(n-1)$ 节车厢，设机车与每节车厢的质量都为 m ，机车和每节车厢所受的阻力都为自身重力的 k 倍，倒车后各节车厢间挂钩所留间隙为 d ，倒车挂钩位置和列车前进时挂钩位置如图所示。列车在平直轨道上启动，求机车带动第 $(n-1)$ 节车厢时列车的速度，并说明倒车启动的优点。
15. 一个质量为 M 的雪橇静止在水平雪地上，一条质量为 m 的爱斯基摩狗站在该雪橇上。狗向雪橇的正后方跳下，随后又追赶并向前跳上雪橇；其后狗又反复地跳下、追赶并跳上雪橇，狗与雪橇始终沿一条直线运动。若狗跳离雪橇时雪橇的速度为 V ，则此时狗相对于地面的速度为 $V+u$ (其中 u 为狗相对于雪橇的速度， $V+u$ 为代数和。若以雪橇运动的方向为正方向，则 V 为正值， u 为负值)。设狗总以速度 v 追赶和跳上雪橇，雪橇与雪地间的摩擦忽略不计。已知 v 的大小为 5m/s ， u 的大小为 4m/s ， $M=30\text{kg}$ ， $m=10\text{kg}$ 。
 - (1) 求狗第一次跳上雪橇后两者的共同速度的大小。
 - (2) 求雪橇最终速度的大小和狗最多能跳上雪橇的次数。