

第二十二章 二次函数

知识点一、

定义：一般地，把形如 $y=ax^2+bx+c$ （其中 a 、 b 、 c 是常数， $a \neq 0$ ， b ， c 可以为 0）的函数叫做二次函数，其中 a 称为二次项系数， b 为一次项系数， c 为常数项。

二次函数的图像是一条对称轴与 y 轴平行或重合于 y 轴的抛物线。 x 为自变量， y 为因变量。顶点坐标 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 。如果令 y 值等于零，则可得一个二次方程。该方程的解称为方程的根或函数的零点。

例题 1、下列函数中，是二次函数的是_____。

- ① $y=x^2-4x+1$ ； ② $y=2x^2$ ； ③ $y=2x^2+4x$ ； ④ $y=-3x$ ；
⑤ $y=-2x-1$ ； ⑥ $y=mx^2+nx+p$ ； ⑦ $y=$ ； ⑧ $y=-5x$ 。

2、若函数 $y=(m^2+2m-7)x^2+4x+5$ 是关于 x 的二次函数，则 m 的取值范围为_____。

知识点二、

1、二次函数的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$

2. 抛物线有一个顶点 P 。当 时， P 在 y 轴上；当

时， P 在 x 轴上。

3、最值

当 时，函数在 处取得最小值

当 时，函数在 处取得最大值

注意：如果解析式为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ ，则最值为 k ；如果解析式为一般式 $y=ax^2+bx+c$ 则最值为

例题 3、抛物线 $y=2x^2+4x+m^2-m$ 经过坐标原点，则 m 的值为_____。

4、抛物 $y=x^2+bx+c$ 线的顶点坐标为 $(1, 3)$ ，则 $b=$ ____， $c=$ _____。

5、若二次函数 $y=3x^2+mx-3$ 的对称轴是直线 $x=1$ ，则 $m=$ _____。

6、已知二次函数 $y=mx^2+(m-1)x+m-1$ 有最小值为 0，则 $m=$ _____。

表三:

利用配方法可将二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ (其中 $h = -\frac{b}{2a}, k = \frac{4ac - b^2}{4a}$)

$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$	$a > 0$	$a < 0$
图象	图略	
开口方向	向上	向下
顶点坐标	(h, k) 或 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$	(h, k) 或 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
对称轴	直线 $x = h$ 或 $x = -\frac{b}{2a}$	直线 $x = h$ 或 $x = -\frac{b}{2a}$
增减性	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小
最值	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\text{最小}} = k$	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\text{最大}} = k$

说明 (1): 二次函数的图象是一条抛物线;

(2) 抛物线的开口大小由 $|a|$ 的确定, $|a|$ 越大, 抛物线的开口越小, $|a|$ 越小, 抛物线的开口越大, 当两

个二次函数中的 $|a|$ 相同, 两函数的图象的形状和大小相同, 不同的只是开口方向和位置而已。

知识点三、二次函数的图像和性质、

2、抛物线与 x 轴交点个数:

- 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点。
 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点。
 时, 抛物线与 x 轴没有交点。

例题 7、若直线 $y = ax + b$ 不经过二、四象限, 则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ()

- A. 开口向上, 对称轴是 y 轴 B. 开口向下, 对称轴是 y 轴
 C. 开口向下, 对称轴平行于 y 轴 D. 开口向上, 对称轴平行于 y 轴

8、抛物线 $y = 2x^2 - 12x + 25$ 的开口方向是_____, 顶点坐标是_____。

9、二次函数 $y = 3x^2 - 6x + 5$, 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而_____; 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而_____; 当 $x = 1$ 时, 函数有最_____值是_____。

10、已知二次函数 $y = x^2 - (m+1)x + 1$, 当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是_____。

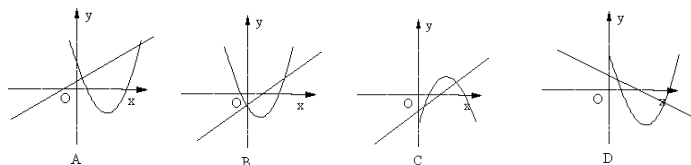
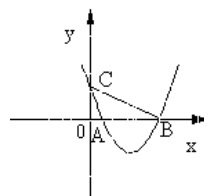
11、抛物线 $y = -3x^2 + 2x - 1$ 的图象与 x 轴交点的个数是()

- A. 没有交点 B. 只有一个交点 C. 有两个交点 D. 有三个交点

12、如图所示, 二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的图象交 x 轴于 A、B 两点, 交 y 轴于点 C, 则 $\triangle ABC$ 的面积为()

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 1

13、当 $b < 0$ 是一次函数 $y = ax + b$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一坐标系内的图象可能是 ()



14、已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 经过一、三、四象限（不经过原点和第二象限）则直线 $y=ax+bc$ 不经过（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

15、若二次函数 $y=(m+5)x^2+2(m+1)x+m$ 的图象全部在 x 轴的上方，则 m 的取值范围是_____

~~B(0,1,3)~~

16、二次函数的图象经过点，，。

(1) 求此二次函数的关系式；

(2) 求此二次函数图象的顶点坐标；

知识点四、二次函数的平移、对称、相交

技法：将二次函数一般式化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ ，平移规律：左加右减，对
x；上加下减，直接加减

例题 17、把抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象向右平移 3 个单位，在向下平移 2 个单位，所得图象的解析式是 $y=x^2-3x+5$ ，试求 b 、 c 的值。

18、如果将抛物线 $y=2x^2-1$ 的图象向右平移 3 个单位，所得到的抛物线的关系式为_____。

19、抛物线 $y=x^2+7x+3$ 与直线 $y=2x+9$ 的交点坐标为_____。

20、直线 $y=7x+1$ 与抛物线 $y=x^2+3x+5$ 的图象有_____个交点。

21、抛物线 $y=2x^2-4x$ 关于 y 轴对称的抛物线的关系式为_____。

巩固练习

$$y=(x-1)^2+1$$

1. 抛物线的顶点坐标为（ ）

~~((1,1))~~

A. B. C. D.

$$y=(x+1)^2-2$$

2. 二次函数的最小值是（ ）

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

来自学科网(ZXXK.COM)

3. 在下列函数解析式中，对称轴为直线 $x=2$ 的二次函数是（ ）

来自学科网(ZXXK.COM)

A. $y=2x+1$

B. C. D.

$$y=2(x-1)^2+5$$

4. 抛物线与 y 轴交点的坐标是 ()

$$\frac{5}{2}$$

A. $(0, 5)$

B. $(0,)$

C. $(0, 7)$

D. $(1, 5)$

$$y=(x^2-1)^2-3$$

5. 要得到函数的图象，应将函数的图象 ()

A. 先向下平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位

B. 先向左平移 2 个单位，再向上平移 4 个单位

C. 先向上平移 2 个单位，再向左平移 3 个单位

来自学科网(ZXXK.COM)

D. 先向右平移 2 个单位，再向下平移 2 个单位

$$y=ax^2+bx+c$$

6. 如图，抛物线与 x 轴交于点，对称轴为，

则下列结论中正确的是 ()

$$a > 0$$

A.

$$x > 1$$

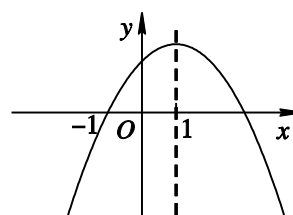
B. 当时， y 随 x 的增大而增大

$$c < 0$$

C.

$$ax^2+bx+c=0$$

D. 是一元二次方程的一个根



来自学科网(ZXXK.COM)

7. 抛物线的开口向_____；对称轴为_____.

$$y=x^2+2x+k-3$$

8. 已知抛物线经过原点，则 $k=$ _____.

$$y=ax^2+bx+c$$

9. 函数的对称轴是，且经过点 $(3, 0)$ ，则_____.

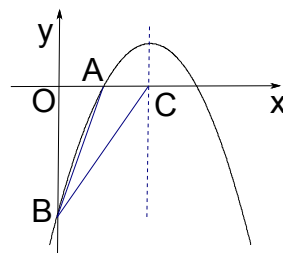
$$y=x^2-x+\frac{1}{4}$$

10. 抛物线与轴有_____个交点；交点坐标为_____.

$$y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$$

11. 如图，已知二次函数的图象经过 $A(2, 0)$ 、 $B(0, -6)$ 两点.

- (1) 求这个二次函数的解析式；
(2) 设二次函数的对称轴与 x 轴交于点 C ，连结 BA 、 BC ，求 $\triangle ABC$ 的面积.



12. (本小题满分 7 分)

来自学科网(ZXXK.COM)

在一幅长 8 分米，宽 6 分米的矩形风景画（如图①）的四周镶宽度相同的金色纸边，制成一幅矩形挂图（如图②）。如果要使整个挂图的面积是 80 平方分米，求金色纸边的宽。