

用三种方式表示二次函数

复习：二次函数

$$y = a(x - h)$$

例 1、已知点 A (-1 , -1) 在抛物线

$$y=(k^2-1)x^2-2(k-2)x+1 \text{ 上}$$

(1) 求抛物线的对称轴;

(2) 若点 A 与点 B 关于抛物线的对称轴对称, 问是否存在与抛物线只交于一点 B 的直线? 若存在, 求出符合条件的直线; 若不存在, 请说明理由。

例 2、已知抛物线 $y=x^2-4x-12$

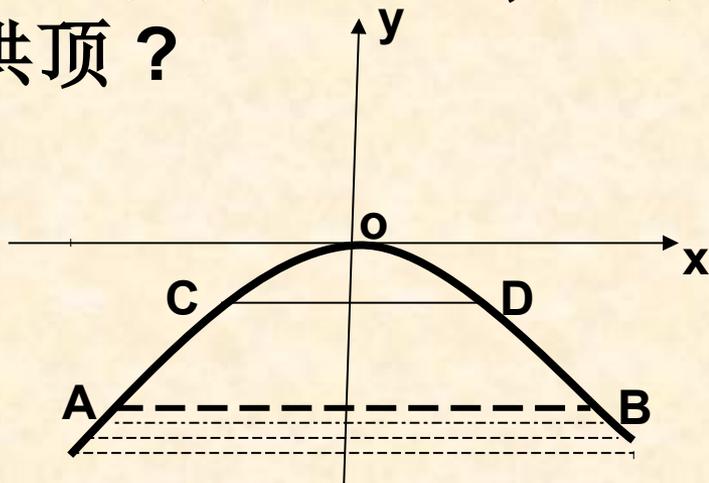
(1) 求抛物线与 x 轴交点 A, B 的坐标；

(2) 画出图象，若抛物线顶点为 P ，求三角形 PAB 的面积；

(3) 若点 Q 在抛物线上，且 $S_{\triangle QAB} = 2S_{\triangle PAB}$ ，则 Q 点有几个？依次求出 Q 点的坐标。

例 3、如图，有一座抛物线型拱桥，桥下面在正常水位 **AB** 时宽为 **20** 米，水位上升 **3** 米就达到警戒线 **CD**，这时水面宽度为 **10** 米。

- (1) 在如图的坐标系中求出此抛物线的表达式；
(2) 若洪水到来时，水位以每小时 **0.2** 米的速度上升，从正常水位开始，再持续多长时间，会达到拱顶？



深思熟虑

→ 抛物线的平移

1. 在坐标平面内，点 $(-2, 3)$ 向右平移 3 个单位

坐标为 $(1, 3)$ ，再向下平移 2 个单位得 $(1, 1)$

继续向左移 5 个单位得到 $y = -2(x - 1)^2 + 3$

2. 抛物线 $y = -2(x - 2)^2 + 3$ 向右平移 3 个单位得到 $y = -2(x + 4)^2 + 1$

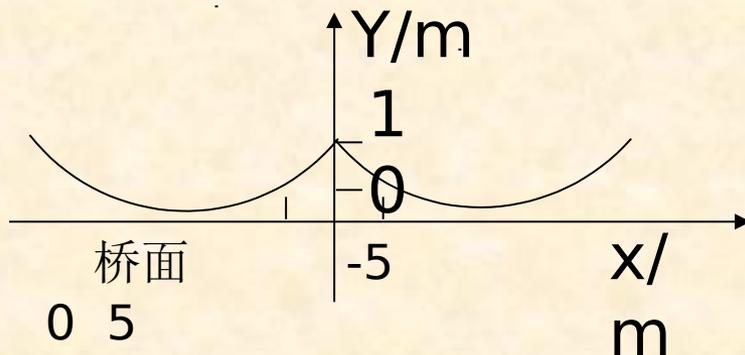
图象的解析式为 _____，再向下

平移 2 个单位得到 _____，继续向

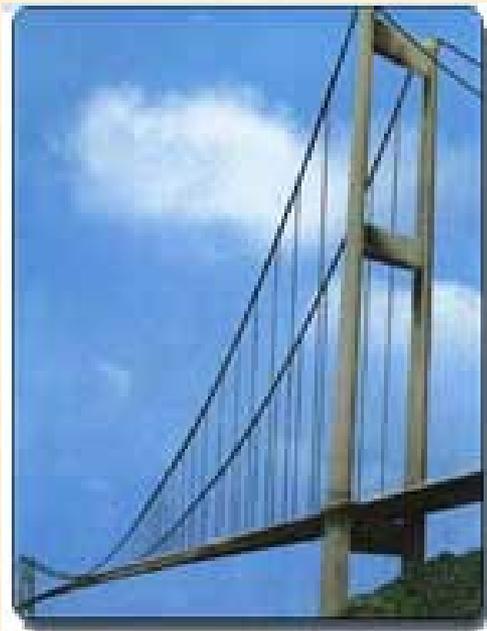
左移 5 个单位得到 _____

两条抛物线关于坐标轴对称 的关系式有何规律

◆1、如图，两条钢缆具有相同的抛物线形状。按照图中的直角坐标系，左面的一条抛物线可以用 $y=0.0225x^2+0.9x+10$ 表示，而且左右两条抛物线关于 y 轴对称 $=0.0225x^2 + 0.9x + 10$



你能求出图中右面钢缆的解析式吗？



2. 已知抛物线 C_1 的解析式是 $y=2x^2-4x+5$ ，抛物线 C_2 与抛物线 C_1 关于 x 轴对称，求抛物线 C_2 的解析式。

二次函数 $y=ax^2+bx+c$

的图象与坐标轴交点问题

1. 求抛物线 $y=-2x^2-6x+5$ 与 x 轴、 y 轴的交点坐标及顶点坐标

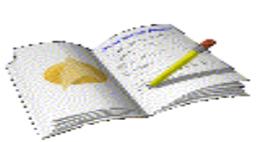
2. 抛物线 $y=x^2-kx+k-1$ 的顶点在 y 轴上，求 k 的值

3. 已知抛物线 $y=x^2-kx+k-1$ 与 x 轴只有一个交点，求 k 的值

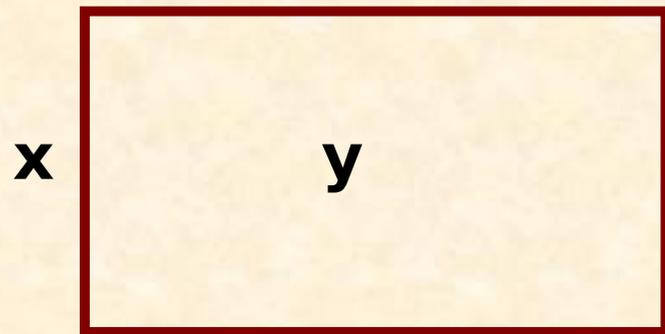
综合训练

1、若二次函数 $y=a(x+3)^2$ 有最大值，那么 a 0 : 当 $x=$ 时，函数有最大值

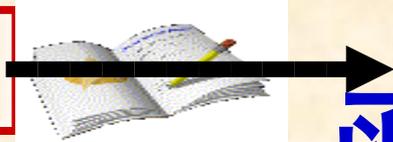
2、二次函数 $y=4x^2-mx+5$ ，当 $x < -2$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x > -2$ 时， y 随 x 的增大而增大，则当 $x=1$ 时，函数 y 的值是 ()



◆ 已知矩形周长
20cm，并设它的一
边长为 x cm，面积
为 y cm²。



◆ y 随 x 的而变化的规律是什
么？你能分别用函数表达式，
表格和图象表示出来吗？



函数的三种表示方法

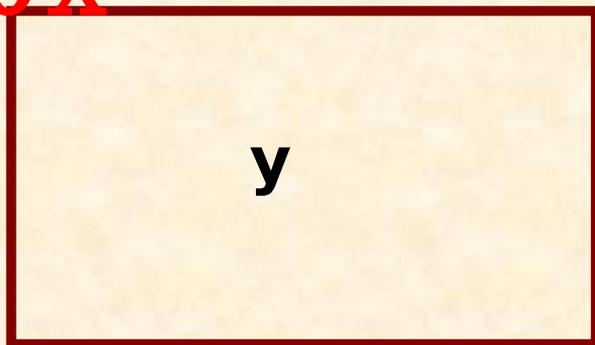
◆ 解析法

用函数表达式表

示: $y = x(10 - x) = -x^2 + 10x$

x

y



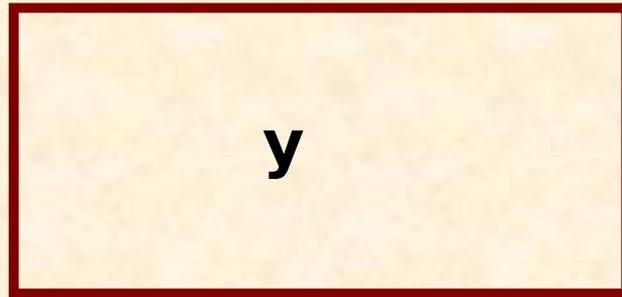
列表法—用表格表示

:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10-x	9	8	7	6	5	4	3	2	1
y	9	16	21	24	25	4	21	16	9

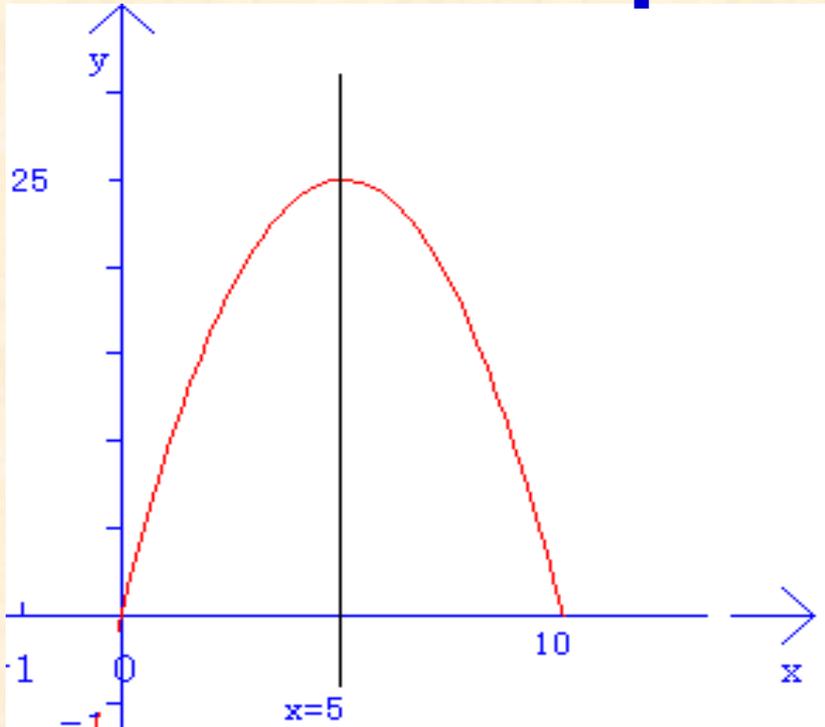
x

y



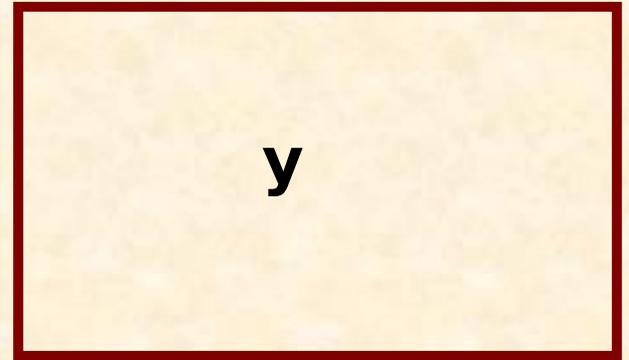
图象法—用图象表示

⋮



x

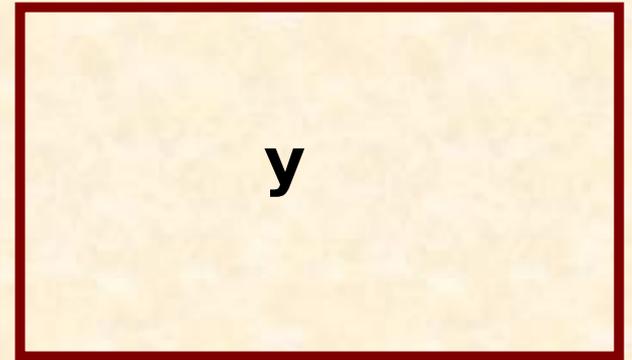
y



议一议



① 在上述问题中，自变量 x 的取值范围是什么？

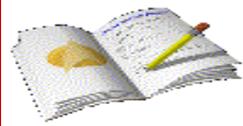


因为 x 表示周长为 **20cm** 矩形的边长，所以 **$x > 0, 10 - x > 0$** 。

因此，自变量 x 的取值范围是 **$0 < x < 10$** 。

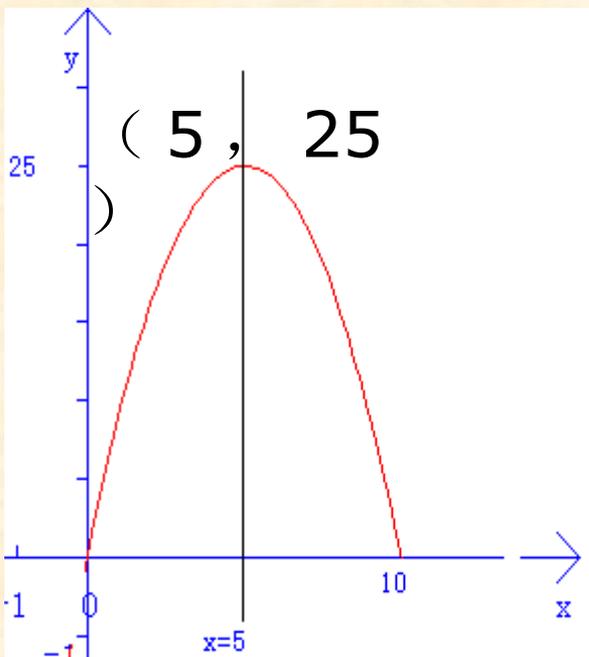


议一议



② 当 x 取何值时，长方形的面积最大？它的最大面积是多少？

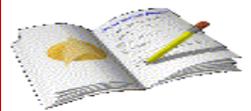
$$y = -x^2 + 10x = -(x - 5)^2 + 25$$



∴ 当 $x=5$ 时, Y 最大

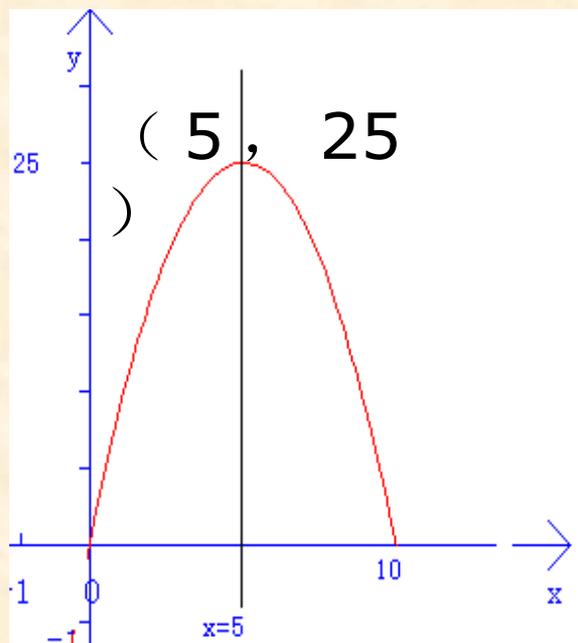
即当 $x=5\text{cm}$ 时, 长方形的面积最大, 它的最大面积

$=25\text{cm}^2$.



③ 请你描述一下 y 随 x 的变化而变化的情况 .

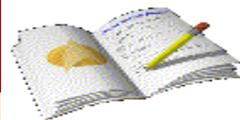
$$y = -x^2 + 10x = -(x - 5)^2 + 25$$



当 $0 < x < 5$ 时, y 随 x 的增大而增大 ;
当 $5 < x < 10$ 时, y 随 x 的增大而减小 .



做一做



两个数相差 **2**, 设其中较大的一个数为 **x** , 那么它们的积 **y** 是如何随 **x** 的变化而变化的 ?

- 你能分别用函数表达式, 表格和图象表示这种变化吗 ?



做一做

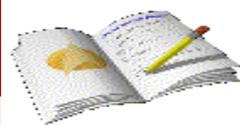


解析法——用表达式表示函数

■ 两个数相差 2, 设其中较大的一个数为 x , 那么它们的积 y 是如何随 x 的变化而变化的?

◆ 用函数表达式表示:

$$y = x(x - 2) \text{ 即 } y = x^2 - 2x.$$



列表法——用表格表示函数

■ 两个数相差 2, 设其中较大的一个数为 x , 那么它们的积 y 是如何随 x 的变化而变化的?

$$y = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$$

用表格表示

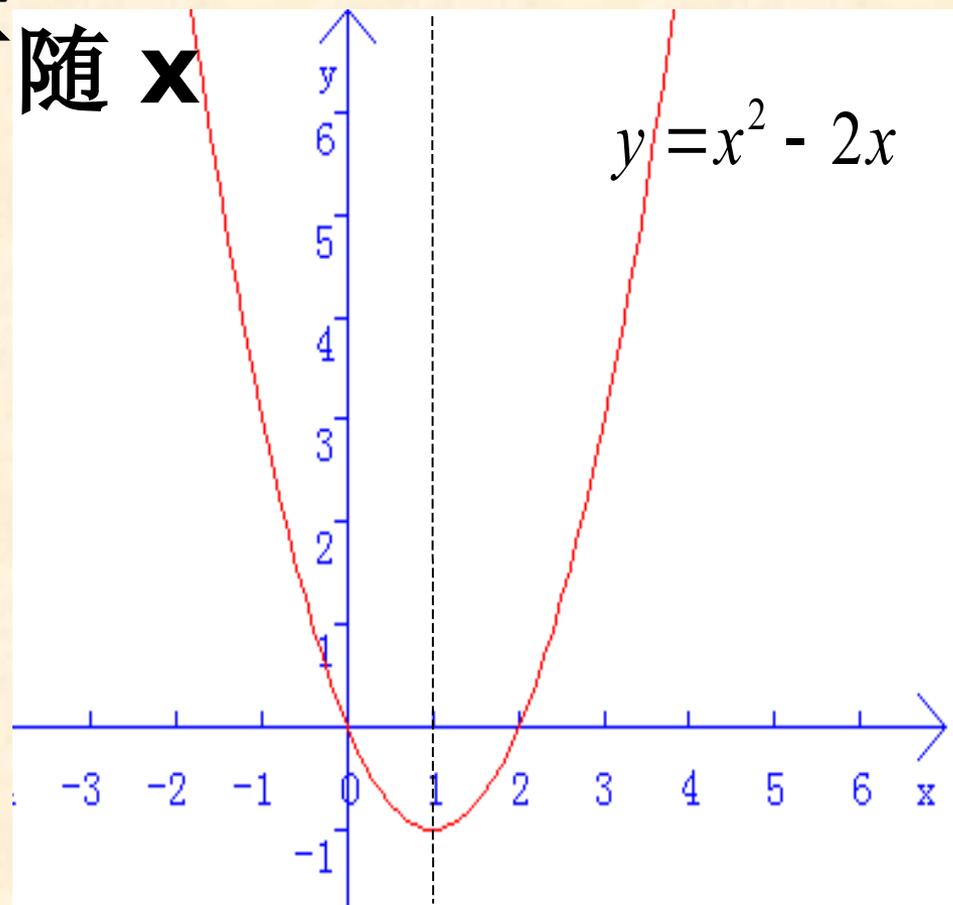
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = (x - 1)^2 - 1$...	8	3	0	-1	0	3	8	...



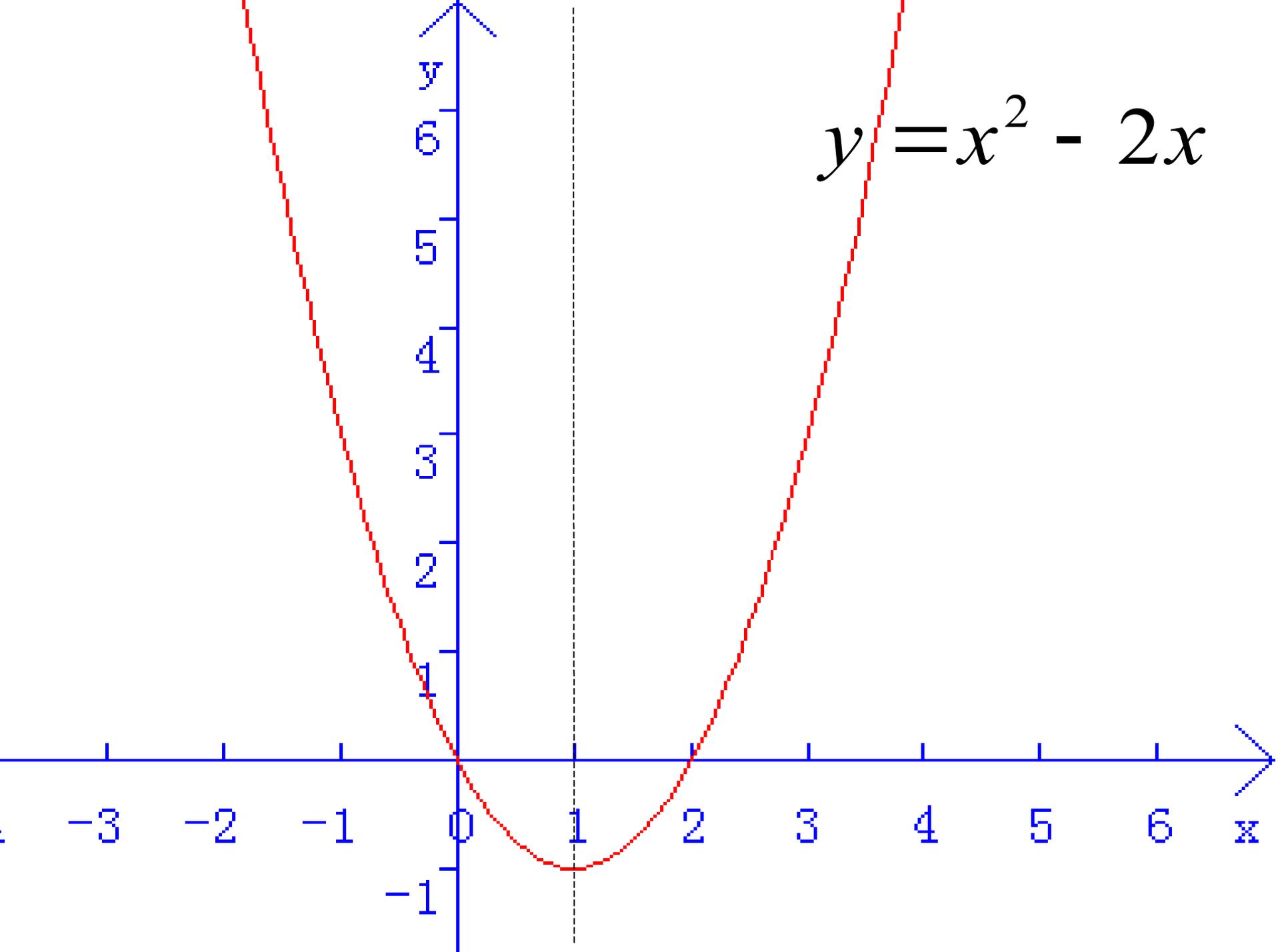
图象法—用图象表示函数

◆两个数相差 **2**，设其中较大的一个数为 **x**，那么它们的积 **y** 是如何随 **x** 的变化而变化的？

◆用图象表示：



$$y = x^2 - 2x$$



根据以上三种表示方式，回答下列问题

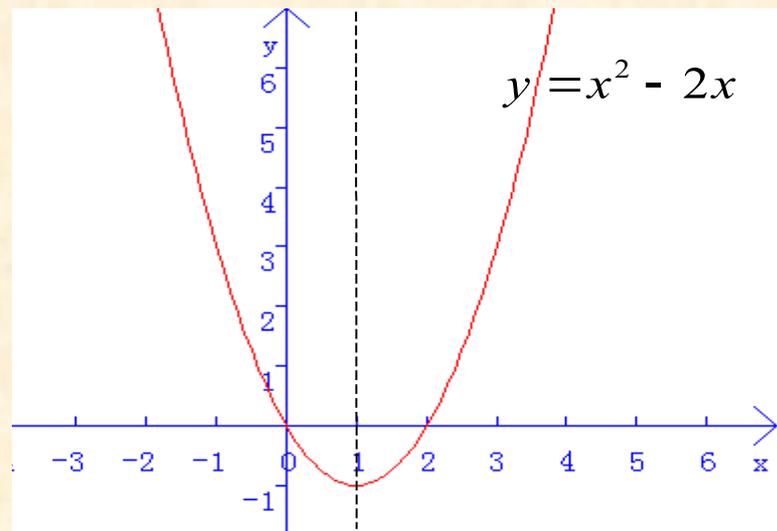
1. 自变量 x 的取值范围是什么？

x 表示任意一个数

\therefore 自变量 x 的取值范围是：

全体实数

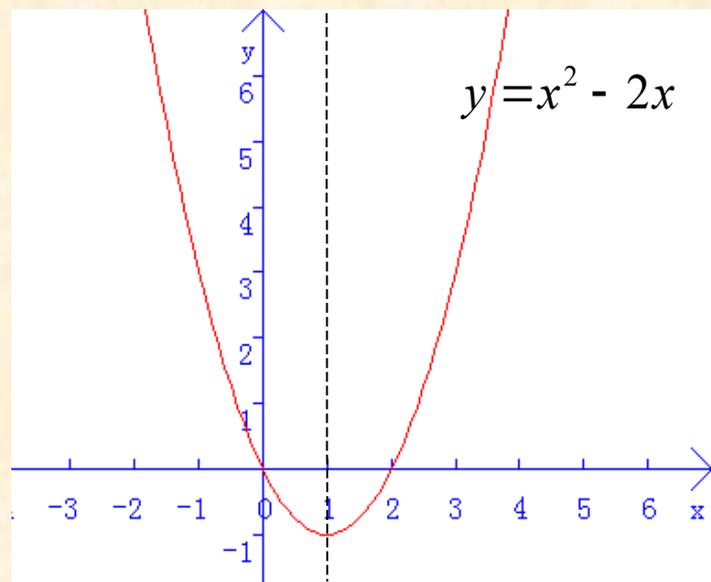
$$\text{或 } y = (x - 1)^2 - 1.$$



2. 图象的对称轴和顶点坐标分别是什么？

由表达式的顶点式和图象，可知图象的对称轴是：**直线 $x=1$** ，
顶点坐标是： **$(1, -1)$** 。

或 $y = (x - 1)^2 - 1$.



3. 如何描述 y 随 x 的变化而变化的情况？

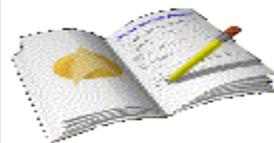
由表格和图象可知， y 随 x 的变化而变化的情况是：当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大。

• 二次函数的三种表示方式各有什么特点？它们之间有什么联系？

表示	优点	缺点
表达式	变量间关系简捷明了，便于分析计算。	需要通过计算，才能得到所需结果
表格	能直接得到某些具体的对应值	不能反映函数整体的变化情况
图象	直观表示了变量间变化过程 and 变化趋势。	函数值只能是近似值
关系	表达式是基础，是重点，表格是画图象的关键，图象是在表达式和表格的基础上对函数的总体概括和形象化的表达。	



问题探



问题：求函数 $y = ax^2 + bx + c$

的图象与坐标轴交点问题

例：求抛物线 $y = 2x^2 - 3x - 2$ 与 x 轴、 y 轴的交点坐标

练：求抛物线 $y = -2x^2 - 6x$ 与 x 轴、 y 轴的交点坐标

小结



拓展

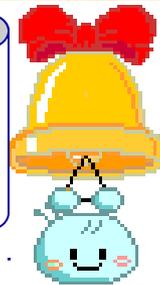
函数的表示方式

- ◆ **解析法**—用表达式表示函数，
 - ◆ **列表法**—用表格表示函数，
 - ◆ **图象法**—用图象表示函数。
-
- 二次函数的三种表示方式的特点，
 - 它们之间的联系。

结束寄语

下课了

!



- 观察，思考，感悟是能否进入数学大门，领略数学奥妙的关键。

再见

