

## 课后思考题设计思考

高中数学“课后思考题”就是数学课堂任务终结时，教师结合教学内容选择一些具有数学思维价值的问题而布置的一种特殊作业，“课后思考题”的形式、内容、评价等常常有别于课后常规的书面作业，学生也常有自主选择权。“课后思考题”对培养学生积极主动、勇于探索的精神，促进学生深化思维，提高数学思维能力具有重要意义。

### 一、“课后思考题”的特征

高中数学“课后思考题”应符合以下主要特征：

#### 1.问题性

由于数学“课后思考题”是以教师设计的一个或几个具有数学思维价值的问题作为载体，学生通过自主探索，在解决问题的过程中深化对所学内容的理解和掌握，因此问题性是“课后思考题”的形式特征，也是最典型的特征。

#### 2.开放性

数学“课后思考题”的教学目标不同于教学内容的完成度，而从数学综合素质考虑，如学生的数学探索精神、求知欲望、研究兴趣、意志力培养等等。教学目标的开放性决定了“课后思考题”的内容组织的多元化和形式的多样化，也决定了“课后思考题”的评价反馈方式和结果运用的多样化和个性化。开放性是“课后思考题”的内容特征。

#### 3.激励性

数学“课后思考题”具有一定的数学思维价值，它不是简单的知识、技能的考查，而是把学生引向新的目标，鼓励学生开展尝试和探究活动，有时它是一个小型研究课题，具有较强的挑战性，它能激起学生探究的兴趣和愿望，因此激励性是“课后思考题”的情意特征。

### 二、设计“课后思考题”的策略和方法

在高中数学新课程实验中，出现了许多精彩的“课后思考题”，它们或拓展延伸，深化重点；或立意深远，引导探究；或设置悬念，令人遐思；或联系实际，感悟应用等等。下面以南京市正在实验的江苏教育出版社出版的高中数学教材《普通高中课程标准实验教科书·数学》中的教学内容为例，谈谈高中数学课堂教学中设置“课后思考题”的策略和方法。

#### 1.拓展延伸式“课后思考题”

教师在设置“课后思考题”时，可以从学生的实际出发，基于学生实际的知识水平、认知能力、知识结构，以问题的形式或探究课题的形式适度延伸拓展数学教学内容，挖掘内涵，帮助学生深化对知识的理解和掌握。

例1.《圆的方程（第2课时）》（必修2）的课后思考题：

(1)已知点  $M(x,y)$  与两个定点  $O(0,0)$ ,  $A(-2,0)$  的距离之比为 2，那么点  $M$  的坐标应满足什么关系？你能说出动点  $M$  的轨迹是什么？

(2)根据例题 1(1)，完成下面 2008 年江苏省高考数学试题：

满足条件  $AB=2$ ，的  $\triangle ABC$  的面积的最大值是\_\_\_\_\_。

这个思考题延伸拓展了教学内容，实际上介绍了“阿波罗尼斯圆”和“阿波罗尼斯轨迹”，由于“阿波罗尼斯圆”在全国各地近年的高考数学试卷中时有出现，因此结合高考数学试题可以有效激发学生的探究兴趣。

例2.《三角函数的诱导公式（第1课时）》（必修4）的课后思考题：

(1)在三角函数的诱导公式中，你能由公式二、三、四中的任意两组公式推导出另外一组公式吗？

(2)角  $\alpha$  和角  $\beta$  的终边还有哪些特殊的位置关系，你能探究出它们的三角函数值之间的关系吗？

这个思考题延伸拓展了要研究的内容，即三角函数的诱导公式中内隐的公式之间的相互

关系，通过学生课后探究，不仅可以掌握和运用公式，还可以再次体验这些研究三角函数诱导公式的方法，也为学生进一步探究三角函数诱导公式提供了素材和空间。

例3.《等比数列前  $n$  项和（第1课时）》（必修5）的课后思考题：

这个思考题延伸拓展了研究等比数列求和公式的重要方法，即错位相减法。在等比数列前  $n$  项和公式推导时，使用错位相减可以直接得出公式，而本题使用错位相减后构造了一个新的等比数列。因此，作为数学“课后思考题”，本题具有方法拓展的价值。

2.迁移应用式“课后思考题”

迁移应用式“课后思考题”主要涉及数学知识和方法的适当迁移和应用，包括用数学知识解决数学问题和实际问题。设置迁移应用式“课后思考题”不仅可以提高学生解决问题的能力，还能培养学生的应用意识和创新意识。

一个矩形的两条边长分别为  $a$ 、 $b$ ，这个矩形的面积的数值比其周长数值大3，求这个矩形的面积的取值范围。

在这个思考题中，因为  $a$ 、 $b$  是正数，所以列出等式  $ab=a+b+3$  后，运用基本不等式就可转化为关于的一元二次不等式，设置这个思考题的目的是提高学生运用基本不等式分析问题、解决问题的能力。

例5.《函数的单调性（第1课时）》（必修1）的课后思考题：

将适量的糖完全溶解于一碗水中，如果这碗水的质量为  $1\text{kg}$ ，糖的质量为  $x\text{kg}$ ，糖水的浓度为  $y$ ，试写出  $y$  与  $x$  的函数关系式，并用函数单调性说明“糖加得越多糖水就越甜”这一特征。

这个思考题是函数单调性的简单应用，由于联系了实际问题，因此能激发学生研究“课后思考题”的兴趣，也有利于学生进一步理解函数单调性的概念。

3.前后呼应式“课后思考题”

前后呼应式的“课后思考题”可以从两个方面出发：其一是与本节课的教学内容或方法相呼应，其二是与下节课的教学内容或方法相呼应。

例6.《椭圆的标准方程》（选修2-1）的课后思考题：

(1)将圆上的点的横坐标保持不变，纵坐标变为原来的一半，所得的曲线是不是椭圆？

(2)如何借助椭圆的标准方程研究其几何性质？

本例中的第(1)题，有别于教材中椭圆的定义，这是一种变换的方法，但可以帮助学生从变换的角度再认识椭圆，与本节课教学内容相呼应。而本例中的第(2)题，开始涉及椭圆的几何性质，这是与下一节课的教学内容相呼应。

例7.《平均变化率》（选修2-2）的课后思考题：

一运动质点的位移  $s$  与时间  $t$  满足  $s=2t^2$ ，如何刻画  $t=1$  这一时刻质点运动的快慢程度呢？（位移单位为  $m$ ，时间单位为  $s$ ）

本例中的思考题的作用是引导学生课后思考如何由平均变化率到瞬时变化率来刻画现实问题，也为下一节课学生学习瞬时变化率打下伏笔。

4.操作实验式“课后思考题”

操作实验式“课后思考题”就是设置一些操作实验活动，使学生在操作实验中加深对知识、方法的理解和感悟，以便深化认识，发展数学思维。

例8.《直线与平面的位置关系（第2课时）》（必修2）的课后思考题：

(1)如图1，请用一个三角形的纸片做试验：过  $\triangle ABC$  的顶点  $A$  翻折纸片，得到折痕  $AD$ ，将翻折后的纸片竖起放置在桌面上，使  $BD$ 、 $DC$  都与桌面接触。

图 1

①折痕 AD 与桌面垂直吗？

②如何翻折才能使折痕 AD 与所在的桌面垂直？

(2)你能设计一个四个面都是直角三角形的四面体吗？

本例中，第(1)题需要学生动手操作，在操作过程中不断进行分析和调整，直至得到正确答案；而第(2)题要求学生不断地进行图形的构造与尝试，学生在操作实验中，能加深对若干常见图形的性质的理解和掌握，也进一步明晰了一些特殊图形中的线与线、线与面、面与面之间的位置关系。

#### 5. 质疑纠错式“课后思考题”

利用学生在解决问题的过程中的常见错误设置“课后思考题”，能引起学生的质疑和反思，这些“常见错误”是数学教学中的重要资源。

例 9.《直线的斜率（第 1 课时）》（必修 2）的课后思考题：

下列判断是否正确？请说明理由。

本例来自于学生学习这部分内容时最常见的错误，也就是忽视了直线斜率不存在的情况。通过学生课后思考，可以使学生进一步理解和认识直线的斜率。

#### 6. 查阅资料式“课后思考题”

教师通过布置这类思考题，使学生利用课余时间查阅各种书刊，或网上查阅，自己寻找资料解决“课后思考题”，这有助于丰富学生的学习和探究问题的方式。

例 10.《数系的扩充》（选修 1-2）的课后思考题：

虚数是虚无缥缈的吗？虚数在现实生活中有用吗？

完成这个思考题，学生必须查阅各种书刊，或网上查阅，在解决这个思考题的过程中，学生可以进一步了解数系扩充过程，体会实际需求与数学内部的矛盾在数系扩充中的作用感受人类理性思维的作用以及数与现实世界的联系。

#### 7. 微型课题式“课后思考题”

微型课题式“课后思考题”就是教师设计一些数学探究性问题，要求学生围绕这些数学问题，经过自主探索和合作交流，解决与数学或生活经验相联系的、具有一定挑战性和综合性的问题，以发展解决问题的能力。

例 11.《基本不等式的应用（第 2 课时）》（必修 5）的课后思考题：

已知水渠在过水断面面积为定值的情况下，过水湿周越小，其流量越大。现有以下两种设计：

图 2 的过水断面为等腰 $\triangle ABC$ ， $AB=BC$ ，过水湿周 。

图 3 的过水断面为等腰梯形 ABCD， $AB=CD$ ， $AD\parallel BC$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ，过水湿周 。

若 $\triangle ABC$ 与梯形 ABCD 的面积都为 S。

(1)分别求 的最小值；

(2)为使流量最大，给出最佳设计方案。

这个“课后思考题”与学生正在学习的数学内容紧密相连，能使学生经历从问题到函数，再通过研究比较两个函数之间的关系，得到解决问题的方案，其中解决函数最值问题的主要方法是利用基本不等式和正弦函数的有界性。这个“课后思考题”突出了数学应用价值，对改善学生的学习方式，能起到积极的推进作用。

### 三、设置“课后思考题”的注意点

#### 1. 要切合学生实际

学生是完成数学“课后思考题”的执行主体，这就决定了“课后思考题”的设置要符合

学生的知识水平和能力水平，过易过难都会失去有效性，要使学生“跳一跳，够得到”。同时，要关注学生差异，对不同的学生有弹性要求，使每个学生都能得到应有发展。

### 2.要整体设计规划

对一个阶段的数学“课后思考题”的设计，教师要有整体规划，要根据学生的发展状况，在不同时期要有不同的重点以及需要突破的难点，突出数学核心观念和思想方法。

### 3.要注重反馈评价

对学生完成数学“课后思考题”的评价不能仅仅关注结果的对与错，还应当关注学生对数学“课后思考题”的态度，关注学生想了没有，能否从数学的角度思考问题，强调过程本身的价值。关注过程评价还要求教师关注学生所遇到的困难，并且指导学生如何去克服困难。另外，教师要给学生更多的展示的机会，并对学生的完成数学“课后思考题”的成果表示欣赏，鼓励学生不惧困难，建立自信。

当然，教师设置数学“课后思考题”的方法和形式应该不拘一格，应该呈现多样化的格局，数学“课后思考题”也需要在数学教学中进一步丰富内涵，拓展外延，使之真正成为有效教学的一种方式，真正为学生的发展服务。