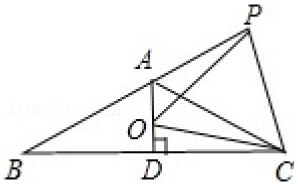
八年级数学提优练习题 2013.11

八年级数学提优练习题 2013.11

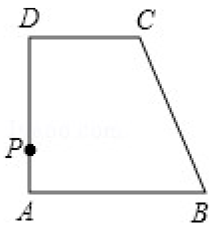
一．选择题（共 7 小题）

1．已知如图等腰△ABC，AB=AC，∠BAC=120°，AD⊥BC 于点 D，点 P 是 BA 延长线上一点，点 O 是线段 AD 上一点，OP=OC，下面的结论：①∠APO+∠DCO=30°；②△OPC 是等边三角形；③ AC=AO+AP；④ $S_{\triangle ABC}=S_{四边形AOCP}$．其中正确的有（　　）个．



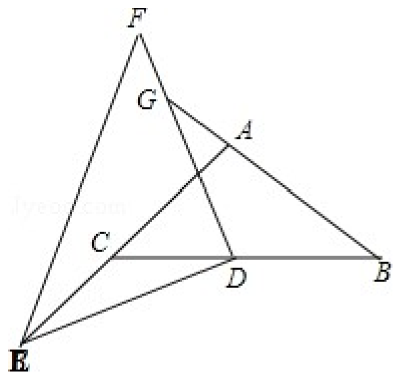
A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

2．如图，四边形 ABCD 是直角梯形，AB∥CD，AD⊥AB，点 P 是腰 AD 上的一个动点，要使 PC+PB 最小，则点 P 应该满足（　　）



A．PB=PC　　B．PA=PD　　C．∠BPC=90°　　D．∠APB=∠DPC

3．如图，△ABC 是等腰直角三角形，△DEF 是一个含 30°角的直角三角形，将 D 放在 BC 的中点上，转动△DEF，设 DE，DF 分别交 AC，BA 的延长线于 E，G，则下列结论：



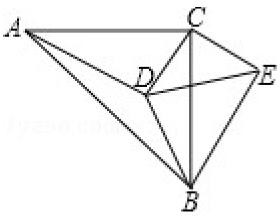
①AG=CE　　②DG=DE

③BG-AC=CE　　④$S_{\triangle BDG}-S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

其中总是成立的是（　　）

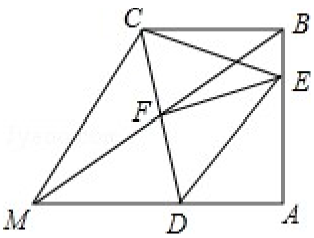
A．①②③　　B．①②③④　　C．②③④　　D．①②④

4．如图：△ABC 中，∠ACB=90°，∠CAD=30°，AC=BC=AD，CE⊥CD，且 CE=CD，连接 BD，DE，BE，则下列结论：①∠ECA=165°，② BE=BC；③ AD⊥BE；④$\frac{CD}{BD}$=1．其中正确的是（　　）



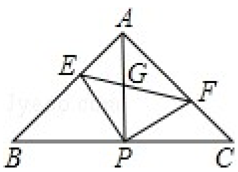
A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

5．如图，BC∥AM，∠A=90°，∠BCD=75°，点 E 在 AB 上，△CDE 为等边三角形，BM 交 CD 于 F，下列结论：①∠ADE=45°，② AB=BC，③ EF⊥CD，④若∠AMB=30°，则 CF=DF．其中正确的有（　　）



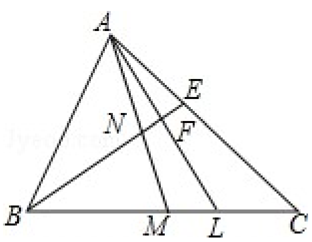
A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

6．如图，在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=90°，直角∠EPF 的顶点 P 是 BC 的中点，两边 PE、PF 分别交 AB、AC 于点 E、F，连接 EF 交 AP 于 G．给出四个结论：① AE=CF；② EF=AP；③△EPF 是等腰直角三角形；④∠AEP=∠AGF．其中正确的结论有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

7．如图，AM、BE 是△ABC 的角平分线，AM 交 BE 于 N，AL⊥BE 于 F 交 BC 于 L，若∠ABC=2∠C，下列结论：① BE=EC；② BF=AE+EF；③ AC=BM+BL；④∠MAL=$\frac{1}{4}$∠ABC，其中正确的结论是（　　）

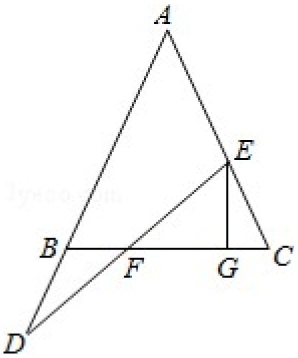


A．①②③　　B．①④　　C．①②③④　　D．①②

二．解答题（共 8 小题）

8．如图，在△ABC 中，AB=AC，E 在线段 AC 上，D 在 AB 的延长线上，连 DE 交 BC 于 F，过点 E 作 EG⊥BC 于 G．

（1）若∠A=50°，∠D=30°，求∠GEF 的度数；
（2）若 BD=CE，求证：FG=BF+CG．



9．如图，直角坐标系中，点 B（a，0），点 C（0，b），点 A 在第一象限．若 a，b 满足 $(a-t)^2+|b-t|=0$（$t>0$）．
（1）证明：OB=OC；
（2）如图 1，连接 AB，过 A 作 AD⊥AB 交 y 轴于 D，在射线 AD 上截取 AE=AB，连接 CE，F 是 CE 的中点，连接 AF，OA，当点 A 在第一象限内运动（AD 不过点 C）时，证明：∠OAF 的大小不变；
（3）如图 2，B′与 B 关于 y 轴对称，M 在线段 BC 上，N 在 CB′的延长线上，且 BM=NB′，连接 MN 交 x 轴于点 T，过 T 作 TQ⊥MN 交 y 轴于点 Q，求点 Q 的坐标．

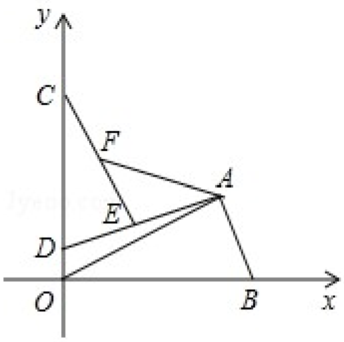


图1

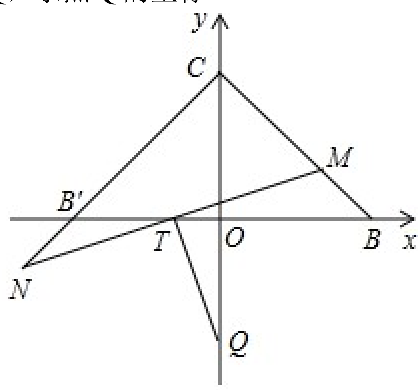


图2

10．如图 1，在平面直角坐标系中，点 A（4，4），点 B、C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上，$S_{四边形OBAC}=16$．

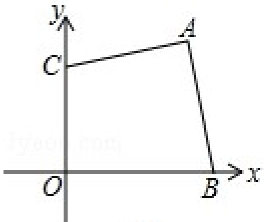


图1

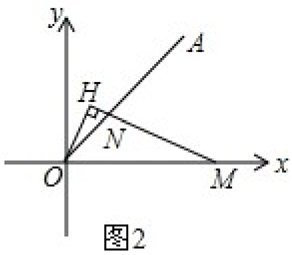


图2

（1）∠COA 的值为____________；
（2）求∠CAB 的度数；
（3）如图 2，点 M、N 分别是 x 轴正半轴及射线 OA 上一点，且 OH⊥MN 的延长线于 H，满足∠HON=∠NMO，请探究两条线段 MN、OH 之间的数量关系，并给出证明．

11．如图，已知 A（a，b），AB⊥y 轴于 B，且满足$\sqrt{a-2}+(b-2)^2=0$，

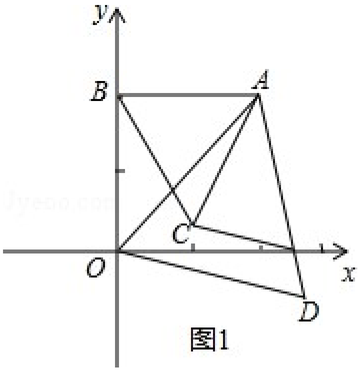


图1

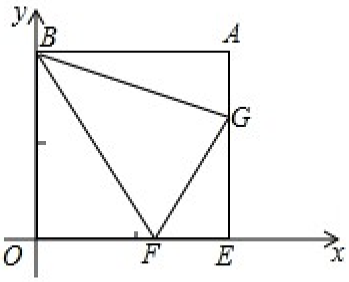
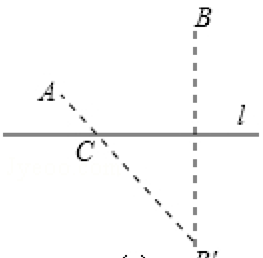


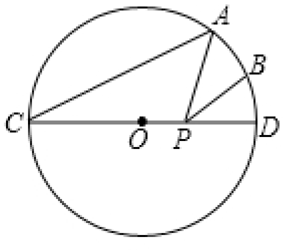
图2

（1）求 A 点坐标；
（2）分别以 AB，AO 为边作等边三角形△ABC 和△AOD，如图 1 试判定线段 AC 和 DC 的数量关系和位置关系．
（3）如图 2 过 A 作 AE⊥x 轴于 E，F，G 分别为线段 OE，AE 上的两个动点，满足∠FBG=45°，试探究$\frac{OF+AG}{FG}$的值是否发生变化？如果不变，请说明理由并求其值；如果变化，请说明理由．

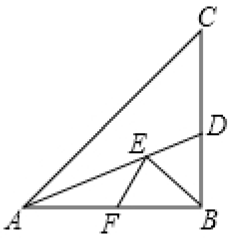
12．（2013·日照）问题背景：
如图（a），点 A、B 在直线 l 的同侧，要在直线 l 上找一点 C，使 AC 与 BC 的距离之和最小，我们可以作出点 B 关于 l 的对称点 B′，连接 A B′与直线 l 交于点 C，则点 C 即为所求．



(a)



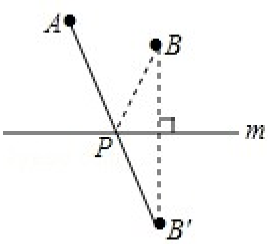
(b)



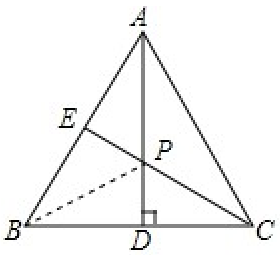
(c)

（1）实践运用：
如图（b），已知，⊙O 的直径 CD 为 4，点 A 在⊙O 上，∠ACD=30°，B 为弧 AD 的中点，P 为直径 CD 上一动点，则 BP+AP 的最小值为_____________．
（2）知识拓展：
如图（c），在 Rt△ABC 中，AB=10，∠BAC=45°，∠BAC 的平分线交 BC 于点 D，E、F 分别是线段 AD 和 AB 上的动点，求 BE+EF 的最小值，并写出解答过程．

13．（2013·六盘水）（1）观察发现
如图（1）：若点 A、B 在直线 m 同侧，在直线 m 上找一点 P，使 AP+BP 的值最小，做法如下：
作点 B 关于直线 m 的对称点 B′，连接 AB′，与直线 m 的交点就是所求的点 P，线段 AB′的长度即为 AP+BP 的最小值．



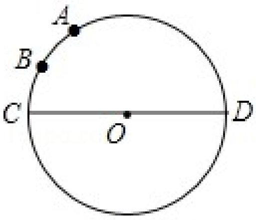
图（1）

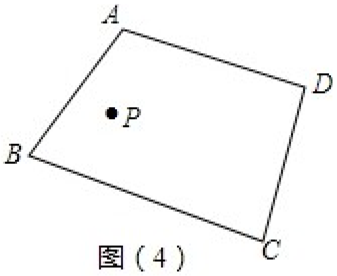


图（2）

如图（2）：在等边三角形 ABC 中，AB=2，点 E 是 AB 的中点，AD 是高，在 AD 上找一点 P，使 BP+PE 的值最小，做法如下：
作点 B 关于 AD 的对称点，恰好与点 C 重合，连接 CE 交 AD 于一点，则这点就是所求的点 P，故 BP+PE 的最小值为_____________．
（2）实践运用

如图（3）：已知⊙O 的直径 CD 为 2，$\overset{\frown}{AC}$的度数为 60°，点 B 是$\overset{\frown}{AC}$的中点，在直径 CD 上作出点 P，使 BP+AP 的值最小，则 BP+AP 的值最小，则 BP+AP 的最小值为__________.


图（3）


图（4）

（3）拓展延伸

如图（4）：点 P 是四边形 ABCD 内一点，分别在边 AB、BC 上作出点 M，点 N，使 PM+PN+MN 的值最小，保留作图痕迹，不写作法．

14．（2013·抚顺）在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠A=30°，点 D 是 AB 的中点，DE⊥BC，垂足为点 E，连接 CD．

（1）如图 1，DE 与 BC 的数量关系是__________；

（2）如图 2，若 P 是线段 CB 上一动点（点 P 不与点 B、C 重合），连接 DP，将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60°，得到线段 DF，连接 BF，请猜想 DE、BF、BP 三者之间的数量关系，并证明你的结论；

（3）若点 P 是线段 CB 延长线上一动点，按照（2）中的作法，请在图 3 中补全图形，并直接写出 DE、BF、BP 三者之间的数量关系．

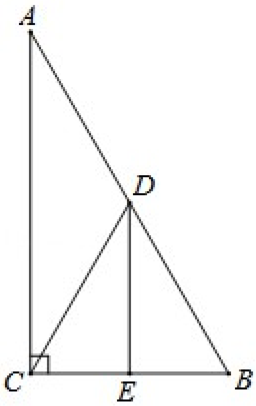


图 1

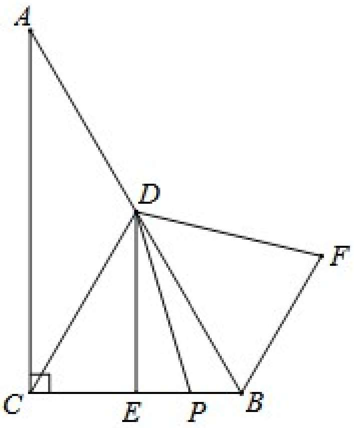


图 2

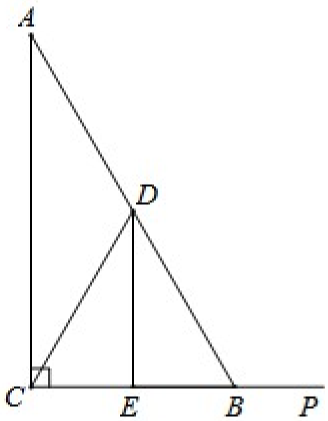


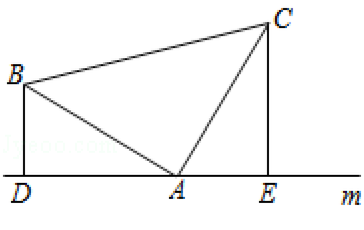
图 3

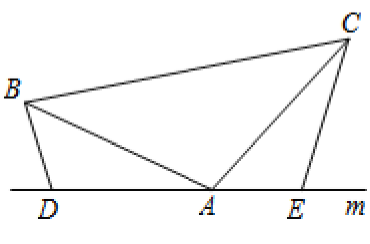
15．（2013·东营）（1）如图（1），已知：在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，直线 m 经过点 A，BD⊥直线 m，CE⊥直线 m，垂足分别为点 D、E．

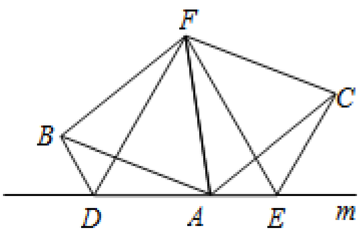
证明：DE=BD+CE．

（2）如图（2），将（1）中的条件改为：在△ABC 中，AB=AC，D、A、E 三点都在直线 m 上，并且有∠BDA=∠AEC=∠BAC=α，其中 α 为任意锐角或钝角．请问结论 DE=BD+CE 是否成立？如成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由．

（3）拓展与应用：如图（3），D、E 是 D、A、E 三点所在直线 m 上的两动点（D、A、E 三点互不重合），点 F 为∠BAC 平分线上的一点，且△ABF 和△ACF 均为等边三角形，连接 BD、CE，若∠BDA=∠AEC=∠BAC，试判断△DEF 的形状．


（图 1）


（图 2）

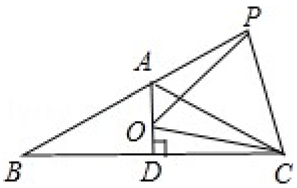

（图 3）

八年级数学提优练习题 2013.11

参考答案与试题解析

一．选择题（共 7 小题）

1．已知如图等腰△ABC，AB=AC，∠BAC=120°，AD⊥BC 于点 D，点 P 是 BA 延长线上一点，点 O 是线段 AD 上一点，OP=OC，下面的结论：①∠APO+∠DCO=30°；②△OPC 是等边三角形；③ AC=AO+AP；④ $S_{\triangle ABC}=S_{四边形AOCP}$．其中正确的有（　　）个．



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

考点：等腰三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质．

分析：①利用等边对等角，即可证得：∠APO=∠ABO，∠DCO=∠DBO，则∠APO+∠DCO=∠ABO+∠DBO=∠ABD，据此即可求解；
②证明∠POC=60°且OP=OC，即可证得△OPC 是等边三角形；
③首先证明∴△OPA≌△CPE，则AO=CE，AC=AE+CE=AO+AP．
④过点 C 作

CH⊥AB 于 H，根据 $S_{四边形AOCP}=S_{\triangle ACP}+S_{\triangle AOC}$，利用三角形的面积公式即可求解.

解答：解：连接 OB，

∵AB=AC，AD⊥BC，

∴BD=CD，$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times120°=60°$，

∴OB=OC，∠ABC=90°-∠BAD=30°，

∵OP=OC，

∴OB=OC=OP，

∴∠APO=∠ABO，∠DCO=∠DBO，

∴∠APO+∠DCO=∠ABO+∠DBO=∠ABD=30°；

故①正确；

∵∠APC+∠DCP+∠PBC=180°，

∴∠APC+∠DCP=150°，

∵∠APO+∠DCO=30°，

∴∠OPC+∠OCP=120°，

∴∠POC=180°-（∠OPC+∠OCP）=60°，

∵OP=OC，

∴△OPC 是等边三角形；

故②正确；

在 AC 上截取 AE=PA，

∵∠PAE=180°-∠BAC=60°，

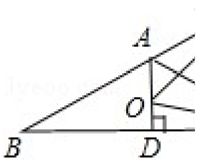
∴△APE 是等边三角形，

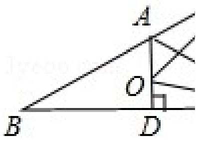
∴∠PEA=∠APE=

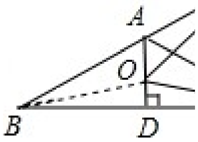
60°，PE=PA，
∴∠APO+∠OPE=60°，
∵∠OPE+∠CPE=∠CPO=60°，
∴∠APO=∠CPE，
∵OP=CP，
在△OPA和△CPE中，

$$\begin{cases} PA=PE \\ \angle APO=\angle CPE \\ OP=CP \end{cases}$$

∴△OPA≌△CPE（SAS），
∴AO=CE，
∴AC=AE+CE=AO+AP；
故③正确；
过点C作CH⊥AB于H，
∵∠PAC=∠DAC=60°，AD⊥BC，
∴CH=CD，
∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CH$，
$S_{四边形AOCP}=S_{\triangle ACP}+S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}AP\cdot CH+\frac{1}{2}OA\cdot CD=\frac{1}{2}AP\cdot CH+\frac{1}{2}OA\cdot CH=\frac{1}{2}CH\cdot（AP+OA）=\frac{1}{2}CH\cdot AC$，
∴$S_{\triangle ABC}=S_{四边形AOCP}$；
故④正确．
故选D．

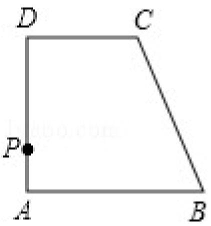






点评：本题考查了等腰 三角形的判定与性质，关键是正确作出辅助线．

2．如图，四边形 ABCD 是直角梯形，AB∥CD，AD⊥AB，点 P 是腰 AD 上的一个动点，要使 PC+PB 最小，则点 P 应该满足（　　）



A．PB=PC　　B．PA=PD　　C．∠BPC=90°　　D．∠APB=∠DPC

考点：轴对称-最短路线问题；直角梯形．

专题：压轴题；动点型．

分析：首先根据轴对称的知识，可知 P 点的位置是连接点 B 和点 C 关于 AD 的对称点 E 与 AD 的交点，利用轴对称和对顶角相等的性质可得．

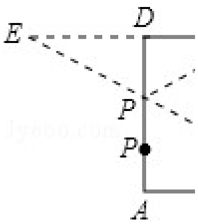
解答：解：如图，作点 C 关于 AD 的对称点 E，连接 BE 交 AD 于 P，连接 CP．

根据轴对称的性质，得∠DPC=∠EPD，

根据对顶角相等知∠APB=∠EPD，

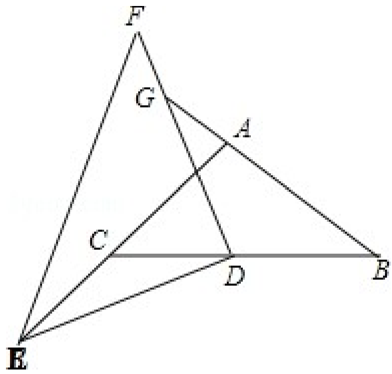
所以∠APB=∠DPC．

故选D．



点评： 此题的关键是应知点P是怎样确定的．要找直线上一个点和直线同侧的两个点的距离之和最小，则需要利用轴对称的性质进行确定．

3．如图，△ABC是等腰直角三角形，△DEF是一个含30°角的直角三角形，将D放在BC的中点上，转动△DEF，设DE，DF分别交AC，BA的延长线于E，G，则下列结论：



①AG=CE　　②DG=DE

③BG-AC=CE　　④$S_{\triangle BDG}-S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

其中总是成立的是（　　）

A．①②③　　B．①②③④　　C．②③④　　D．①②④

考点： 旋转的性质；

全等三角形的判定与性质．

专题： 开放型．

分析： 连DA，由△ABC是等腰直角三角形，D点为BC的中点，根据等腰直角三角形的性质得AD⊥BC，AD=DC，∠ACD=∠CAD=45°，得到∠GAD=∠ECD=135°，由∠EDF=90°，根据同角的余角相等得到∠1=∠2，所以△DAG≌△DCE，AG=EC，DG=DE，由此可分别判断．

解答： 解：连DA，如图，
∵△ABC是等腰直角三角形，D点为BC的中点，
∴AD⊥BC，AD=DC，∠ACD=∠CAD=45°，
∴∠GAD=∠ECD=135°，
又∵△DEF是一个含30°角的直角三角形，
∴∠EDF=90°，
∴∠1=∠2，
∴△DAG≌△DCE，
∴AG=EC，DG=DE，所以①②正确；
∵AB=AC，
∴BG-AC=BG-AB=AG=EC，

所以③正确；

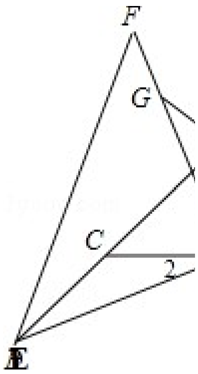
∵$S_{\triangle BDG}$-

$S_{\triangle CDE}=S_{\triangle BDG}$-

$S_{\triangle ADG}=S_{\triangle ADB}=\frac{1}{2}$

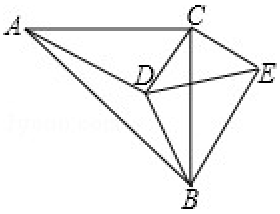
$S_{\triangle ABC}$．所以④正确．

故选B．



点评：本题考查了旋转的性质：旋转前后的两个图形全等，对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角，对应点到旋转中心的距离相等．也考查了等腰直角三角形的性质，特别是斜边上的中线垂直斜边并且等于斜边的一半．

4．如图：△ABC中，∠ACB=90°，∠CAD=30°，AC=BC=AD，CE⊥CD，且CE=CD，连接BD，DE，BE，则下列结论：①∠ECA=165°，②BE=BC；③AD⊥BE；④$\frac{CD}{BD}$=1．其中正确的是（　　）



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．①②③④

考点：等腰直角三角形；全等三角形

形的判定与性质；等腰三角形的判定与性质；含 30 度角的直角三角形.

分析：

①根据：∠CAD=30°，AC=BC=AD，利用等腰三角形的性质和三角形内角和定理即可求出∠ECA=165°，从而得证结论正确；

②根据 CE⊥CD，∠ECA=165°，利用 SAS 求证△ACD≌△BCE 即可得出结论；

③根据∠ACB=90°，∠CAD=30°，AC=BC，利用等腰三角形的性质和△ACD≌△BCE，求出∠CBE=30°，然后即可得出结论；

④过 D 作 DM⊥AC 于 M，过 D 作 DN⊥BC 于 N．由∠CAD=30°，可得 CM=$\frac{1}{2}$AC，求证△CMD≌△CND，可得 CN=CM=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$BC，从而得

出 CN=BN．然后即可得出结论．

解答：解：①∵∠CAD=30°，AC=BC=AD，∴∠ACD=∠ADC=$\frac{1}{2}$（180°-30°）=75°，

∵CE⊥CD，∴∠DCE=90°，

∴∠ECA=165°∴①正确；

②∵CE⊥CD，∠ECA=165°（已证），

∴∠BAE=∠ECA-∠ACB=165-90=75°，

∴△ACD≌△BCE（SAS），

∴BE=BC，∴②正确；

③∵∠ACB=90°，∠CAD=30°，AC=BC，

∴∠CAB=∠ACB=45°

∴∠BAD=∠BAC-∠CAD=45-30=15°，

∵△ACD≌△BCE，

∴∠CBE=30°，

∴∠ABF=45+30=75°，

∴∠AFB=180-15-75=90°，

∴AD⊥BE．

④证明：如图，过 D 作 DM⊥AC 于 M，过 D 作 DN⊥BC 于 N．

∵∠CAD=30°，

且 DM=$\frac{1}{2}$AC，

∵AC=AD，∠CAD=30°，∴∠ACD=75°，

∴∠NCD=90°-∠ACD=15°，∠MDC=∠DMC-∠ACD=15°，

∴△CMD≌△CND，

∴CN=CM=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$BC，

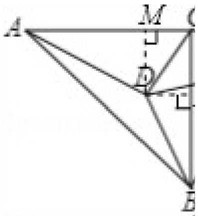
∴CN=BN．

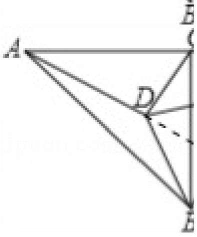
∵DN⊥BC，

∴BD=CD．∴④正确．

所以4个结论都正确．

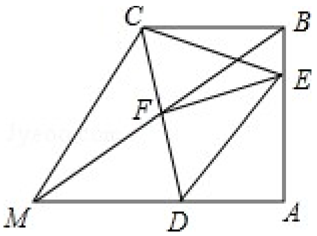
故选D．





点评： 此题主要考查等腰直角三角形，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，含30度角的直角三角形等知识点的理解和掌握，此题有一定的拔高难度，属于难题．

5．如图，BC∥AM，∠A=90°，∠BCD=75°，点E在AB上，△CDE为等边三角形，BM交 CD于F，下列结论：①∠ADE=45°，② AB=BC，③ EF⊥CD，④若∠AMB=30°，则CF=DF．其中正确的有（　　）



A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

考点：直角梯形；等边三角形的性质；含 30 度角的直角三角形；等腰直角三角形．

分析：由 BC∥AM 得∠CDA=105°，根据等边三角形的性质得∠CDE=60°，则∠EDA=105°-60°=45°；过 C 作 CG⊥AM，则四边形 ABCG 为矩形，于是∠DCG=90°-∠BCD=15°，而∠BCE=75°-60°=15°，易证得 Rt△CBE≌Rt△CGD，则 BC=CG，得到 AB=BC；由于 AG=BC，而 AG≠MD，则 CF：FD=BC：MD≠1，不能得到 F 点是 CD 的中点，根据等边三角形的性质则不能得到 EF⊥CD；若∠AMB=30°，则∠CBF=30°，在 Rt△AMB 中根据含 30 度的

直角三角形三边的关系得到BM=2AB，则BM=2BC，易得∠BFC=75°，所以BF=BC，得MF=BF，由CB∥AM得CF：FD=BF：MF=1，即可有CF=DF．

解答： 解：

∵BC∥AM，

∴∠BCD+∠CDA=180°，

∵∠BCD=75°，

∴∠CDA=105°，

∵△CDE为等边三角形，

∴∠CDE=60°，

∴∠EDA=105°-60°=45°，所以①正确；

过C作CG⊥AM，如图，

∵∠A=90°，

∴四边形ABCG为矩形，

∴∠DCG=90°-∠BCD=15°，

而△CDE为等边三角形，

∴∠DCE=60°，CE=CD，

∴∠BCE=75°-60°=15°，

∴Rt△CBE≌Rt△CGD，

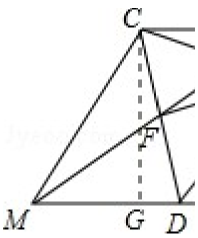
∴BC=CG，

∴AB=BC，所以②正确；

∵AG=BC，而AG≠MD，

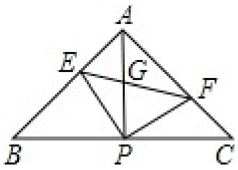
∴CF：FD=BC：MD≠1，

∴F点不是CD的中点，
∴EF不垂直CD，所以③错误；
若∠AMB=30°，
则∠CBF=30°，
∴在Rt△AMB中，
BM=2AB，
∴BM=2BC，
∵∠BCD=75°，
∴∠BFC=180°-30°-75°=75°，
∴BF=BC，
∴MF=BF，
而CB∥AM，
∴CF：FD=BF：MF=1，
∴CF=FD，所以④正确．
故选B．



点评： 本题考查了直角梯形的性质：有一组对边平行，另一组对边不平行，且有一个直角．也考查了矩形和等边三角形的性质、含30度的直角三角形三边的关系以及相似三角形的判定与性质．

6．如图，在△ABC中，AB=AC，∠BAC=90°，直角∠EPF的顶点P是BC的中点，两边PE、PF分别交AB、AC于点E、F，连接EF交AP于G．给出四个结论：①AE=CF；②EF=AP；③△EPF是等腰直角三角形；④∠AEP=∠AGF．其中正确的结论有（　　）



A．1个　B．2个　C．3个　D．4个

考点：全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形．

分析：根据等腰直角三角形的性质得：$AP\perp BC$，$AP=\frac{1}{2}BC$，AP平分∠BAC．所以可证∠C=∠EAP；∠FPC=∠EPA；AP=PC．即证得△APE与△CPF全等．根据全等三角形性质判断结论是否正确．

解答：解：∵AB=AC，∠BAC=90°，直角∠EPF的顶点P是BC的中点，

∴$AP\perp BC$，$AP=\frac{1}{2}BC=PC$，∠BAP=∠CAP=45°=∠C．

∵∠APF+∠FPC=90°，∠APF+∠APE=90°，

∴∠FPC=∠EPA．

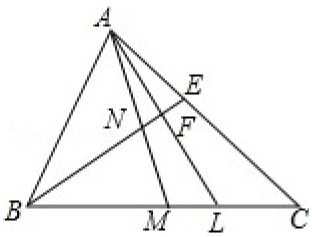
∴△APE≌△CPF（ASA）．

∴①AE=CF；③EP=PF，即△EPF是等腰

直角三角形；
∵△ABC 是等腰直角三角形，P 是 BC 的中点，
∴$AP=\frac{1}{2}BC$，
∵EF 不是△ABC 的中位线，
∴EF≠AP，故②错误；
④∵∠AGF=∠EGP=180°-∠APE-∠PEF=180°-∠APE-45°，
∠AEP=180°-∠APE-∠EAP=180°-∠APE-45°，
∴∠AEP=∠AGF．
故正确的有①、③、④，共三个
因此选 C．

点评：此题考查全等三角形的判定和性质，综合性较强．

7．如图，AM、BE 是△ABC 的角平分线，AM 交 BE 于 N，AL⊥BE 于 F 交 BC 于 L，若∠ABC=2∠C，下列结论：① BE=EC；② BF=AE+EF；③ AC=BM+BL；④$\angle MAL=\frac{1}{4}\angle ABC$，其中正确的结论是（　　）



A．①②③　　B．①④　　C．①②③④　　D．①②

考点：全等三角形的判定与性质；等腰三角形的判定与性质．

分析：根据角平分线定义求出

∠ABE=∠EBC=∠C，根据等角对等边求出BE=CE，即可判断①；
证△ABE∽△ACB，推出AB^2=AE×AC，求出AF^2=AB^2-BF^2=AE^2-EF^2，把AB^2=AE×AC代入入上式即可求出BF=AE+EF，即可判断②；
延长AB到N，使BN=BM，连接MN，证△AMC≌△AMN，△AFB≌△BLF，推出AB=BL，即可判断③；
设∠LAC=x°，∠LAM=y°，则∠BAM=∠MAC=（x+y）°，证△AFB≌△BLF推出∠BAF=∠BLF，∠BAF=∠BAM+∠MAL=x°+y°+y°，∠BLA=∠C+∠LAC=∠C+x°，得出方程x°+y°+y°=∠C+x°，求出∠C=2y°，∠ABC=4y°，即可判断④．

解答： 解：∵BE是∠ABC的角平分线，
∴∠EBC=∠ABE=

$\frac{1}{2}\angle ABC$，

$\because\angle ABC=2\angle C$，

$\therefore\angle ABE=\angle EBC=\angle C$，

$\therefore BE=EC$，$\therefore$①正确；

$\because\angle ABE=\angle ACB$，$\angle BAC=\angle EAB$

$\therefore\triangle ABE\sim\triangle ACB$，

$\therefore\frac{AE}{AB}=\frac{AB}{AC}$，

$\therefore AB^2=AE\times AC$，

在Rt△AFB与Rt△AFE中，由勾股定理得：$AF^2=AB^2-BF^2=AE^2-EF^2$，

把$AB^2=AE\times AC$代入入上式得：$AE\times AC-BF^2=AE^2-EF^2$，

则$BF^2=AC\times AE-AE^2+EF^2=AE\times(AC-AE)+EF^2=AE\times EC+EF^2=AE\times BE+EF^2$，

即$(BE-EF)^2=AE\times BE+EF^2$，

$\therefore BE^2-2BE\times EF+EF^2=AE\times BE+EF^2$，

$\therefore BE^2-2BE\times EF=AE\times BE$，

$\therefore BE-2EF=AE$，$BE-EF=AE+EF$，

即$BF=AE+EF$，$\therefore$②正确；

延长AB到N′，使BN′=BM，连接MN′，则△BMN′为等腰三角形，
∴∠BN′M=∠BMN′，
∵△BN′M的一个外角∠ABC=∠BN′M+∠BM′N=2∠BN′M，
则∠BN′M=∠ACB，
在△AMC与△AMN′中

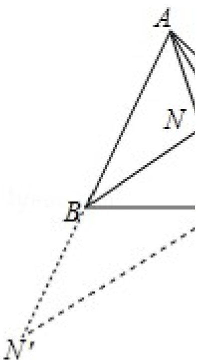
$$\begin{cases} \angle MAC=\angle MAN' \\ \angle C=\angle N' \\ AM=AM \end{cases}$$

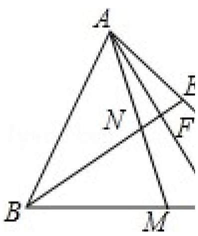
∴△AMC≌△AMN′（AAS），
∴AN′=AC=AB+BN′=AB+BM，
又∵AL⊥BE，
∴∠AFB=∠LFB=90°，
在△AFB与△LFB中，

$$\begin{cases} \angle AFB=\angle LFB \\ BF=BF \\ \angle ABF=\angle LBF \end{cases}$$

∴△AFB≌△BLF（ASA），
∴AB=BL，
则AN′=AC=AB+BN′=AB+BM=BM+BL，即AC=BM+BL，
∴③正确；
设∠LAC=x°，∠LAM=y°，
∵AM平分

∠BAC，
∴∠BAM=∠MAC=（x+y）°.
∵△AFB≌△BLF，
∴∠BAF=∠BLF，
∵∠BAF=∠BAM+∠MAL=x°+y°+y°，∠BLA=∠C+∠LAC=∠C+x°，
∴x°+y°+y°=∠C+x°，
∴∠C=2y°，
∵∠ABC=2∠C，
∴∠ABC=4y°，
即∠MAL=$\frac{1}{4}$∠ABC，
∴④正确.
故选C.





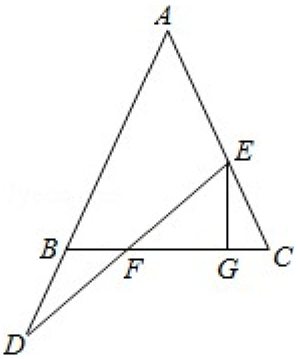
点评：本题考查了勾股定理，相似三角形的性质和判定，角平分线性质，相似三角形的性质和判定等知识点的综合运用.

二．解答题（共8小题）

8．如图，在△ABC中，AB=AC，E在线段AC上，D在AB的延长线，连DE交BC于F，过点E作EG⊥BC于G．

（1）若∠A=50°，∠D=30°，求∠GEF的度数；

（2）若BD=CE，求证：FG=BF+CG．



考点： 等腰三角形的性质；全等三角形的判定与性质．

专题： 证明题．

分析： （1）根据等腰三角形两底角相等求出∠C，再根据直角三角形两锐角互余求出∠CEG，然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出∠CEF，然后计算即可得解；

（2）过点E作EH∥AB交BC于H，根据两直线平行，同位角相等可得∠ABC=∠EHC，内错角相等可得∠D=∠FEH，然后求出∠EHC=∠C，再根据等角对等边可得

EC=EH，然后求出BD=EH，再利用“角角边”证明△BDF和△HEF全等，根据全等三角形对应边相等可得BF=FH，根据等腰三角形三线合一的性质可得CG=HG，即可得证．

解答：（1）解：∵∠A=50°，

∴$\angle C=\frac{1}{2}$（180°-∠A）$=\frac{1}{2}$（180°-50°）=65°，

∵EG⊥BC，

∴∠CEG=90°-∠C=90°-65°=25°，

∵∠A=50°，∠D=30°，

∴∠CEF=∠A+∠D=50°+30°=80°，

∴∠GEF=∠CEF-∠CEG=80°-25°=55°；

（2）证明：过点E作EH∥AB交BC于H，

则∠ABC=∠EHC，∠D=∠FEH，

∵AB=AC，

∴∠ABC=∠C，

∴∠EHC=∠C，

∴EC=EH，

∵BD=CE，

∴BD=EH，

在△BDF和

△HEF 中，

$$\begin{cases}\angle D=\angle FEH\\ \angle EFH=\angle DFB\\ BD=EH\end{cases}$$

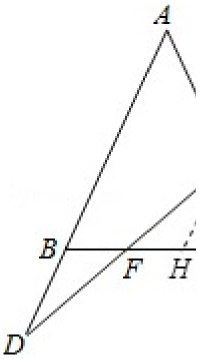
∴△BDF≌△HEF（AAS），

∴BF=FH，

又∵EC=EH，EG⊥BC，

∴CG=HG，

∴FG=FH+HG=BF+CG．



点评：本题考查了等腰三角形的性质，全等三角形的判定与性质，主要利用了等腰三角形两底角相等的性质，等角对等边的性质，（2）作辅助线构造出全等三角形是解题的关键．

9．如图，直角坐标系中，点 B（a，0），点 C（0，b），点 A 在第一象限．若 a，b 满足 $(a-t)^2+|b-t|=0$（t＞0）．

（1）证明：OB=OC；

（2）如图 1，连接 AB，过 A 作 AD⊥AB 交 y 轴于 D，在射线 AD 上截取 AE=AB，连接 CE，F 是 CE 的中点，连接 AF，OA，当点 A 在第一象限内运动（AD 不过点 C）时，证明：∠OAF 的大小不变；

（3）如图 2，B′与 B 关于 y 轴对称，M 在线段 BC 上，N 在 CB′的延长线上，且 BM=NB′，连接 MN 交 x 轴于点 T，过 T 作 TQ⊥MN 交 y 轴于点 Q，求点 Q 的坐标．

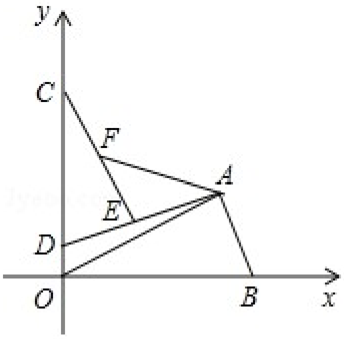


图1

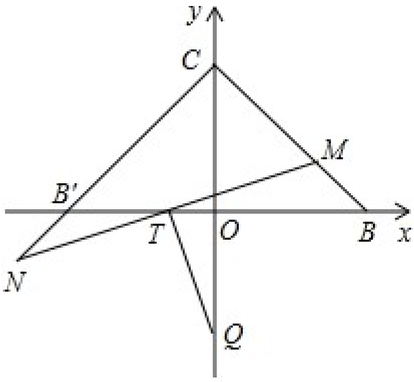


图2

考点：全等三角形的判定与性质；非负数的性质：绝对值；非负数的性质：偶次方；坐标与图形性质；等腰直角三角形．

分析：（1）根据a=t，b=t，推出a=b即可；
（2）延长AF至T，使TF=AF，连接TC，TO，证△TCF≌△AEF，推出CT=AE，∠TCF=∠AEF，再证△TCO≌△ABO，推出TO=AO，∠TOC=∠AOB，求出△TAO为等腰直角三角形即可；
（3）连接MQ，NQ，BQ，B′Q，过M作MH∥CN交x轴于H，证△NTB′≌△MTH，推出TN=MT，证△NQB

′≌△MQB，推出∠NB′Q=∠CBQ，求出△BQB′是等腰直角三角形即可．

解答：（1）解：
∵a，b满足$(a-t)^2+|b-t|=0$（$t>0$）．
∴a-t=0，b-t=0，
∴a=t，b=t，
∴a=b，
∵B（t，0），点C（0，t）
∴OB=OC；

（2）证明：延长AF至T，使TF=AF，连接TC，TO，
∵F为CE中点，
∴CF=EF，
在△TCF和△AEF中

$$\begin{cases} CF=EF \\ \angle CFT=\angle EFA \\ FT=AF \end{cases}$$

∴△TCF≌△AEF（SAS），
∴CT=AE，∠TCF=∠AEF，
∴TC∥AD，
∴∠TCD=∠CDA，
∵AB=AE，
∴TC=AB，
∵AD⊥AB，OB⊥OC，
∴∠COB=∠BAD=90°，
∴∠ABO+∠ADO=180°，
∵∠ADO+∠ADC=180°，
∴∠ADC=∠ABC，

∵∠TCD=∠CDA
，
∴∠TCD=∠ABO
，
在△TCO 和
△ABO 中
$$\begin{cases}TC=AB\\ \angle TCO=\angle ABO\\ OC=OB\end{cases}$$
∴△TCO≌△ABO
（SAS），
∴TO=AO，∠T
OC=∠AOB，
∵∠AOB+∠AOC
=90°，
∴∠TOC+∠AOC=
90°，
∴△TAO 为等腰
直角三角形，
∴∠OAF=45°；

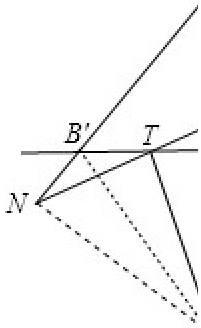
（3）解：连接
MQ，NQ，BQ
，B′Q，过 M
作 MH∥CN 交 x
轴于 H，
∵B 和 B′关于关
于 y 轴对称，C
在 y 轴上，
∴CB=CB′，
∴∠CBB′=∠CB
′B，
∵MH∥CN，
∴∠MHB=∠CB
′B，
∴∠MHB=∠CBB
′，
∴MH=BM，
∵BM=B′N，
∴MH=B′N，
∵MH∥CN，
∴∠NB
′T=∠MHT，
在△NTB′和
△MTH 中

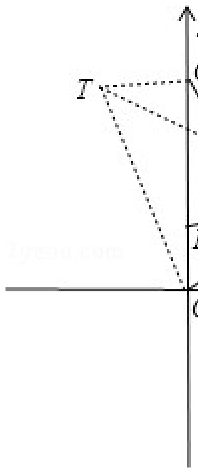
$\begin{cases}\angle NB'T=\angle M\\ \angle B'TN=\angle M\\ B'N=MH\end{cases}$

∴△NTB
′≌△MTH，
∴TN=MT，又
TQ⊥MN，
∴MQ=NQ，
∵CQ 垂直平分
BB′，
∴BQ=B′Q，
∵在∴△NQB′和
△MQB 中

$\begin{cases}B'N=BM\\ B'Q=BQ\\ NQ=MQ\end{cases}$

∴△NQB′≌△MQB
（SSS），
∴∠NB
′Q=∠CBQ，
而∠NB′Q+∠CB
′Q=180°
∴∠CBQ+∠CB
′Q=180°
∴∠B′CB+∠B
′QB=180°，
又∠B
′CB=90°，
∴∠B′QB=90°
∴△BQB′是等腰
直角三角形，
∴OQ=OB=t，
∴Q（0，-
t）.





点评： 本题考查了全等三角形的性质和判定，坐标与图形性质，等腰三角形的性质，等腰直角三角形的性质和判定，相等垂直平分线，偶次方，绝对值等知识点的综合运用．

10．如图1，在平面直角坐标系中，点A（4，4），点B、C分别在x轴、y轴的正半轴上，$S_{\text{四边形}OBAC}$=16．

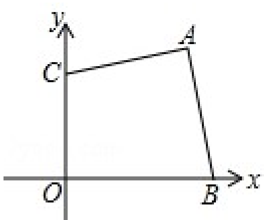


图1

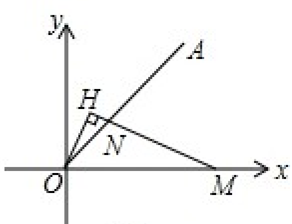


图2

（1）∠COA的值为 45° ；
（2）求∠CAB的度数；
（3）如图2，点M、N分别是x轴正半轴及射线OA上一点，且OH⊥MN的延长线于H，满足∠HON=∠NMO，请探究两条线段MN、OH之间的数量关系，并给出证明．

考点： 全等三角形的判定与性质；坐标与图形性质．

分析： （1）过A作AN⊥OC于N，AM⊥OB于M，得出正方形NOMA，根据正方形性质求出$\angle COA=\frac{1}{2}\angle COB$，代入求出即可；
（2）求出CN=BM，证△ANC≌△AMB，推出∠NAC=∠MAB，求出∠CAB=∠NAM，即可求出答案；
（3）求出∠HON=∠NMO=22.5°，延长OH至点P使PH=OH，连接MP交OA于L，求出∠HON=∠NMO=∠LMN，求出OL=ML，证△OLP≌△MLN，推出MN=OP，即可得出答案．

解答： 解：（1）过A作AN⊥OC于N，AM⊥OB于M，
则

∠ANO=∠AMO=∠COB=90°，
∵A（4，4），
∴AN=AM=4，
∴四边形NOMA是正方形，
$\therefore \angle COA=\frac{1}{2}\angle COB=\frac{1}{2}\times 90°=45°$.
故答案为：45°；
（2）∵四边形NOMA是正方形，
∴AM=AN=4，OM=ON=4，
$\therefore \frac{1}{2}OC\times AN+\frac{1}{2}OB\times AM=16$，
∴OC+OB=8=ON+OM，
即ON-OC=OB-OM，
∴CN=BM，
在△ANC和△AMB中，
$$\begin{cases}AN=AM\\ \angle ANC=\angle AMB\\ NC=MB\end{cases}$$
∴△ANC≌△AMB（SAS），
∴∠NAC=∠MAB，
∴∠CAB=∠CAM+∠MAB=∠NAM=360°-90°-90°-90°=90°，
即∠CAB=90°；
（3）MN=2OH，
证明：在Rt△OMH中，∠HON+∠NMO+∠NOM=90°，

又∵∠NOM=45°，∠HON=∠NMO，

∴∠HON=∠NMO=22.5°，

延长OH至点P使PH=OH，连接MP交OA于L，

∴OM=MP，∠OMP=2∠OMN=45°，

∴∠HON=∠NMO=∠LMN，

∴∠OLM=90°=∠PLO，

∴OL=ML，

在△OLP和△MLN中，

$$\begin{cases}\angle PLO=\angle NLM\\ OL=LM\\ \angle POL=\angle LMN\end{cases}$$

∴△OLP≌△MLN（ASA），

∴MN=OP，

∵OP=2HO，

∴MN=2HO．

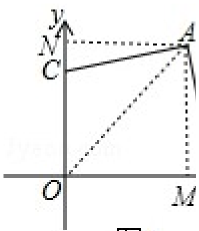


图1

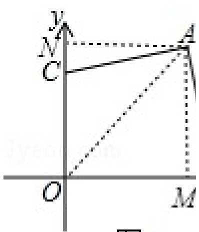


图1

点评：本题考查了坐标与图形性质，等腰三角形的性质和判定，正方形的性质

和判定，全等三角形的性质和判定等知识点的应用，题目综合性比较强，有一定的难度．

11．如图，已知A（a，b），AB⊥y轴于B，且满足$\sqrt{a-2}$+（b-2）^{2}=0，

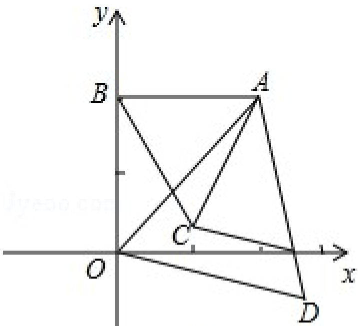


图1

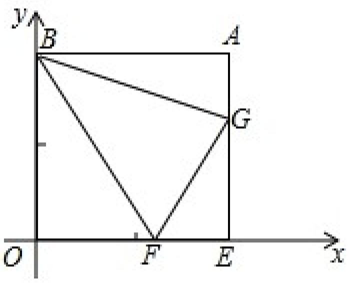


图2

（1）求A点坐标；
（2）分别以AB，AO为边作等边三角形△ABC和△AOD，如图1试判定线段AC和DC的数量关系和位置关系．
（3）如图2过A作AE⊥x轴于E，F，G分别为线段OE，AE上的两个动点，满足∠FBG=45°，试探究$\frac{OF+AG}{FG}$的值是否发生变化？如果不变，请说明理由并求其值；如果变化，请说明理由．

考点：全等三角形的判定与性质；非负数的性质：偶次方；非负数的性质：算术平方根；坐标与图形性质；等边三角形的性质．

专题：探究型．

分析：（1）根据二次根式以及偶次方都是非负数，两个非负数的和是0，则每个数一定同时等于0，即可求解；
（2）连接OC，只要证明OC是∠AOD的角平分线即可判断

AC=CD，求出∠ACD的度数即可判断位置关系；

（3）延长GA至点M，使AM=OF，连接BM，由全等三角形的判定定理得出△BAM≌△BOF，△FBG≌△MBG，故可得出FG=GM=AG+OF，由此即可得出结论．

解答：

解：（1）根据题意得：a-2=0且b-2=0，

解得：a=2，b=2，

则A的坐标是（2，2）；

（2）AC=CD，且AC⊥CD．

如图1，连接OC，CD，

∵A的坐标是（2，2），

∴AB=OB=2，

∵△ABC是等边三角形，

∴∠OBC=30°，OB=BC，

∴∠BOC=∠BCO=75°，

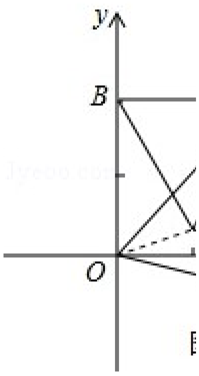
∵在直角△ABO中，∠BOA=45°，

∴∠AOC=∠BOC-∠BOA=75°-45°=30°，

∵△OAD是等边三角形，

∴∠DOC=∠AOC=30°，

即 OC 是∠AOD 的角平分线，
∴OC⊥AD，且 OC 平分 AD，
∴AC=DC，
∴∠ACO=∠DCO=60°+75°=135°，
∴∠ACD=360°-135°-135°=90°，
∴AC⊥CD，
故 AC=CD，且 AC⊥CD．



（3）不变．
延长 GA 至点 M，使 AM=OF，连接 BM，
∵在△BAM 与△BOF 中，

$$\begin{cases} AB=OB \\ \angle BAM=\angle BOF \\ AM=OF \end{cases}$$

∴△BAM≌△BOF（SAS），
∴∠ABM=∠OBF，BF=BM，
∵∠OBF+∠ABG=90°-∠FBG=45°，
∴∠MBG=45°，
∵在△FBG 与△MBG 中，

$\begin{cases} BM=BF \\ \angle MBG=\angle FBG \\ BG=BG \end{cases}$

∴△FBG≌△MBG（SAS），

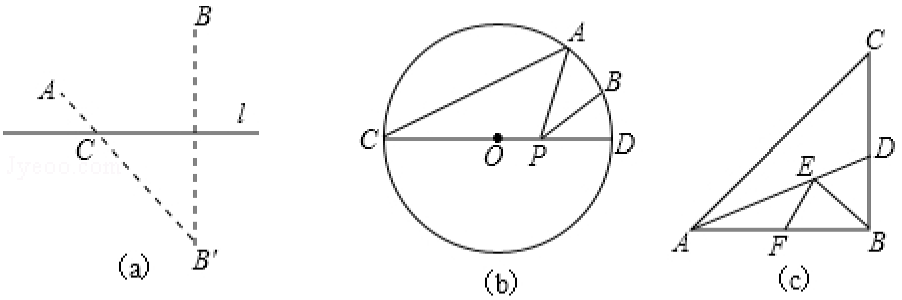
∴FG=GM=AG+OF，

∴$\frac{OF+AG}{FG}$=1.

点评： 本题考查的是全等三角形的判定与性质，涉及到非负数的性质及等边三角形的性质等知识，难度适中.

12．（2013·日照）问题背景：

如图（a），点 A、B 在直线 l 的同侧，要在直线 l 上找一点 C，使 AC 与 BC 的距离之和最小，我们可以作出点 B 关于 l 的对称点 B′，连接 A B′与直线 l 交于点 C，则点 C 即为所求.



（1）实践运用：

如图（b），已知，⊙O 的直径 CD 为 4，点 A 在⊙O 上，∠ACD=30°，B 为弧 AD 的中点，P 为直径 CD 上一动点，则 BP+AP 的最小值为__$2\sqrt{2}$__.

（2）知识拓展：

如图（c），在 Rt△ABC 中，AB=10，∠BAC=45°，∠BAC 的平分线交 BC 于点 D，E、F 分别是线段 AD 和 AB 上的动点，求 BE+EF 的最小值，并写出解答过程.

考点： 轴对称-最短路线问题.

分析： （1）找点 A 或点 B 关于 CD 的对称点，再连接其中一点的对称点和另一点，和 MN 的交点 P 就是所求作的位置.根据题意先求出∠C′AE，再

根据勾股定理求出AE，即可得出PA+PB的最小值；

（2）首先在斜边AC上截取AB′=AB，连结BB′，再过点B′作B′F⊥AB，垂足为F，交AD于E，连结BE，则线段B′F的长即为所求．

解答：

解：（1）作点B关于CD的对称点E，连接AE交CD于点P

此时PA+PB最小，且等于AE．

作直径AC′，连接C′E．

根据垂径定理得弧BD=弧DE．

∵∠ACD=30°，

∴∠AOD=60°，

∠DOE=30°，

∴∠AOE=90°，

∴∠C′AE=45°，

又AC′为圆的直径，∴∠AEC′=90°，

∴∠C′=∠C′AE=45°，

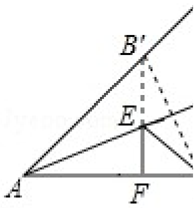
∴C′E=AE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AC′=$2\sqrt{2}$，

即AP+BP的最小值是$2\sqrt{2}$．

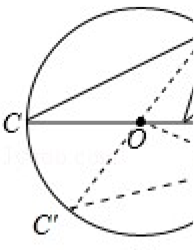
故答案为：$2\sqrt{2}$；

（2）如图，在斜边AC上截取

AB′=AB，连结BB′.
∵AD平分∠BAC，
∴点B与点B′关于直线AD对称.
过点B′作B′F⊥AB，垂足为F，交AD于E，连结BE，
则线段B′F的长即为所求.（点到直线的距离最短）
在Rt△AFB′中，
∵∠BAC=45°，AB′=AB=10，
∴$B'F=AB'\cdot \sin 45°=AB\cdot \sin 45°=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$，
∴BE+EF的最小值为$5\sqrt{2}$.



(c)



(b)

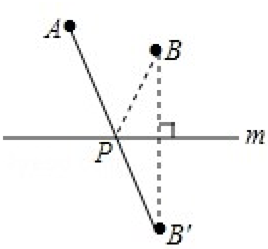
点评：此题主要考查了利用轴对称求最短路径问题以及锐角三角函数关系等知识，根据已知得出对应点P位置是解题关

键．

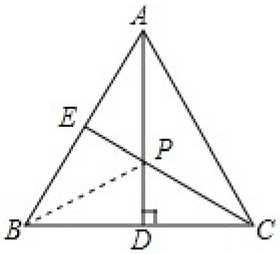
13．（2013·六盘水）（1）观察发现

如图（1）：若点A、B在直线m同侧，在直线m上找一点P，使AP+BP的值最小，做法如下：

作点B关于直线m的对称点B′，连接AB′，与直线m的交点就是所求的点P，线段AB′的长度即为AP+BP的最小值．



图（1）



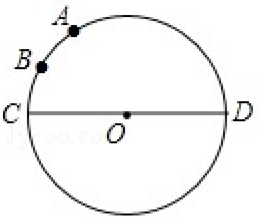
图（2）

如图（2）：在等边三角形ABC中，AB=2，点E是AB的中点，AD是高，在AD上找一点P，使BP+PE的值最小，做法如下：

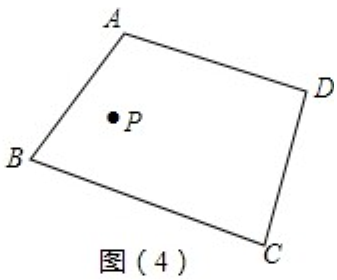
作点B关于AD的对称点，恰好与点C重合，连接CE交AD于一点，则这点就是所求的点P，故BP+PE的最小值为__$\sqrt{3}$__．

（2）实践运用

如图（3）：已知⊙O的直径CD为2，$\overset{\frown}{AC}$的度数为60°，点B是$\overset{\frown}{AC}$的中点，在直径CD上作出点P，使BP+AP的值最小，则BP+AP的值最小，则BP+AP的最小值为__$\sqrt{2}$__．



图（3）



图（4）

（3）拓展延伸

如图（4）：点P是四边形ABCD内一点，分别在边AB、BC上作出点M，点N，使PM+PN+MN的值最小，保留作图痕迹，不写作法．

考点：圆的综合题；轴对称-最短路线问题．

专题：压轴题．

分析：（1）观察发现：利用作法得到CE的长为BP+PE的最小值；由AB=2，点E是AB的中点，根据等边三角形的性质得到CE⊥AB，∠BCE=$\frac{1}{2}$∠BCA=30°

，BE=1，再根据含30度的直角三角形三边的关系得CE=$\sqrt{3}$；

（2）实践运用：过B点作弦BE⊥CD，连结AE交CD于P点，连结OB、OE、OA、PB，根据垂径定理得到CD平分BE，即点E与点B关于CD对称，则AE的长就是BP+AP的最小值；

由于$\overset{\frown}{AC}$的度数为60°，点B是$\overset{\frown}{AC}$的中点得到∠BOC=30°，∠AOC=60°，所以∠AOE=60°+30°=90°，于是可判断△OAE为等腰直角三角形，则AE=$\sqrt{2}$OA=$\sqrt{2}$；

（3）拓展延伸：分别作出点P关于AB和BC的对称点E和F，然后连结EF，EF交AB于M、交BC于N．

解答：解：（1）观察发现

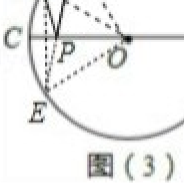
如图（2），CE的长为BP+PE的最小值，

∵在等边三角形ABC中，AB=2，点E是AB的中点

∴CE⊥AB，∠BCE=$\frac{1}{2}$∠BCA=30°，BE=1，
∴CE=$\sqrt{3}$BE=$\sqrt{3}$；
故答案为$\sqrt{3}$；

（2）实践运用
如图（3），过B点作弦BE⊥CD，连结AE交CD于P点，连结OB、OE、OA、PB，
∵BE⊥CD，
∴CD平分BE，即点E与点B关于CD对称，
∵$\overset{\frown}{AC}$的度数为60°，点B是$\overset{\frown}{AC}$的中点，
∴∠BOC=30°，∠AOC=60°，
∴∠EOC=30°，
∴∠AOE=60°+30°=90°，
∵OA=OE=1，
∴AE=$\sqrt{2}$OA=$\sqrt{2}$，
∵AE的长就是BP+AP的最小值．
故答案为$\sqrt{2}$；

（3）拓展延伸
如图（4）．



图（3）

点评：本题考查了圆的综合题：弧、

弦和圆心角之间的关系以及圆周角定理在有关圆的几何证明中经常用到，同时熟练掌握等边三角形的性质以及轴对称－最短路径问题．

14．（2013·抚顺）在Rt△ABC中，∠ACB=90°，∠A=30°，点D是AB的中点，DE⊥BC，垂足为点E，连接CD．

（1）如图1，DE与BC的数量关系是 $DE=\frac{\sqrt{3}}{2}BC$ ；

（2）如图2，若P是线段CB上一动点（点P不与点B、C重合），连接DP，将线段DP绕点D逆时针旋转60°，得到线段DF，连接BF，请猜想DE、BF、BP三者之间的数量关系，并证明你的结论；

（3）若点P是线段CB延长线上一动点，按照（2）中的作法，请在图3中补全图形，并直接写出DE、BF、BP三者之间的数量关系．

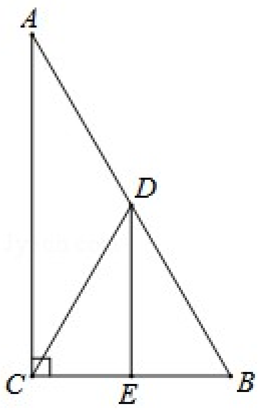


图1

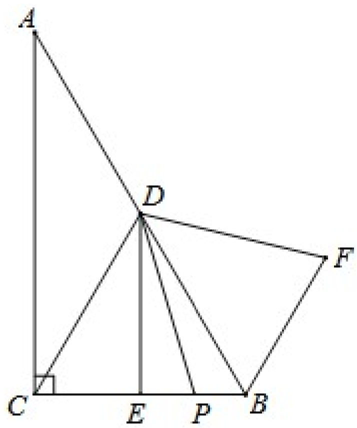


图2

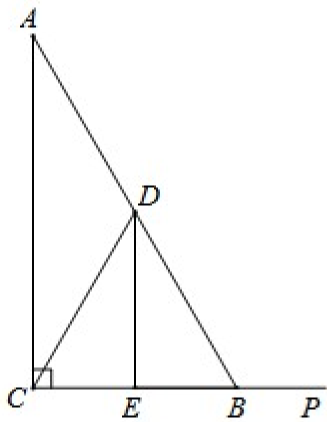


图3

考点：全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质；含30度角的直角三角形．

分析：（1）由∠ACB=90°，∠A=30°得到∠B=60°，根据直角三角形斜边上中线性质得到DB=DC，则可判断△DCB为等边三角形，由于

DE⊥BC，DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC；

（2）根据旋转的性质得到∠PDF=60°，DP=DF，易得∠CDP=∠BDF，则可根据“SAS”可判断△DCP≌△DBF，则CP=BF，利用CP=BC-BP，DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC可得到BF+BP=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$DE；

（3）与（2）的证明方法一样得到△DCP≌△DBF得到CP=BF，而CP=BC+BP，则BF-BP=BC，所以BF-BP=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$DE．

解答：解：

（1）∵∠ACB=90°，∠A=30°，

∴∠B=60°，

∵点D是AB的中点，

∴DB=DC，

∴△DCB为等边三角形，

∵DE⊥BC，

∴DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC；

故答案为DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC．

（2）BF+BP=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$DE．理由如下：

∵线段DP绕点D逆时针旋转60°，得到线段DF，

∴∠PDF=60°，DP=DF，

而∠CDB=60°，

∴∠CDB-∠PDB=∠PDF-∠PDB，

∴∠CDP=∠BDF，

在△DCP和△DBF中

$$\begin{cases} DC=DB \\ \angle CDP=\angle BDF \\ DP=DF \end{cases}$$

∴△DCP≌△DBF（SAS），

∴CP=BF，

而CP=BC-BP，

∴BF+BP=BC，

∵DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$BC，

∴BC=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$DE，

∴BF+BP=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$DE；

（3）如图，与（2）一样可证明△DCP≌△DBF，

∴CP=BF，

而CP=BC+BP，

∴BF-BP=BC，

∴BF-BP=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

DE．

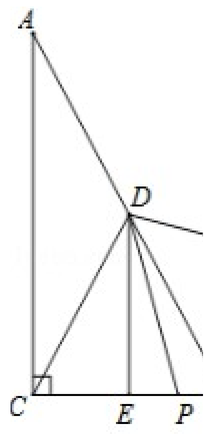
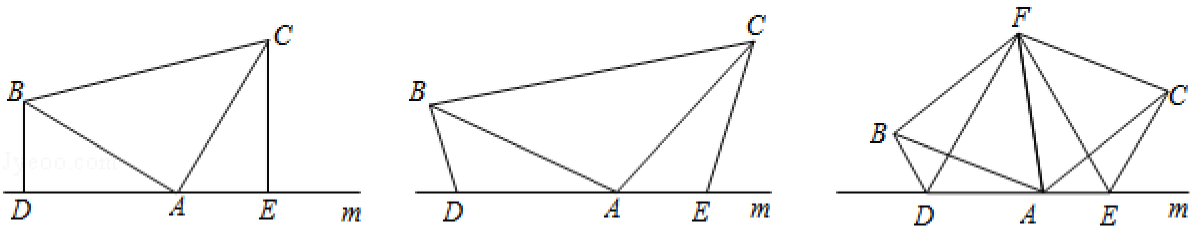


图2

点评： 本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等．也考查了等边三角形的判定与性质以及含30度的直角三角形三边的关系．

15．（2013·东营）（1）如图（1），已知：在△ABC中，∠BAC=90°，AB=AC，直线m经过点A，BD⊥直线m，CE⊥直线m，垂足分别为点D、E．
证明：DE=BD+CE．
（2）如图（2），将（1）中的条件改为：在△ABC中，AB=AC，D、A、E三点都在直线m上，并且有∠BDA=∠AEC=∠BAC=α，其中α为任意锐角或钝角．请问结论DE=BD+CE是否成立？如成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由．
（3）拓展与应用：如图（3），D、E是D、A、E三点所在直线m上的两动点（D、A、E三点互不重合），点F为∠BAC平分线上的一点，且△ABF和△ACF均为等边三角形，连接BD、CE，若∠BDA=∠AEC=∠BAC，试判断△DEF的形状．



（图1） （图2） （图3）

考点： 全等三角形的

判定与性质；等边三角形的判定．

专题：压轴题．

分析：（1）根据BD⊥直线m，CE⊥直线m得∠BDA=∠CEA=90°，而∠BAC=90°，根据等角的余角相等得∠CAE=∠ABD，然后根据“AAS”可判断△ADB≌△CEA，则AE=BD，AD=CE，于是DE=AE+AD=BD+CE；
（2）与（1）的证明方法一样；
（3）与前面的结论得到△ADB≌△CEA，则BD=AE，∠DBA=∠CAE，根据等边三角形的性质得∠ABF=∠CAF=60°，则∠DBA+∠ABF=∠CAE+∠CAF，则∠DBF=∠FAE，利用“SAS”可判断△DBF≌△EAF，所以DF=EF，∠BFD=∠AFE，于是∠DFE=∠DFA+

∠AFE=∠DFA+∠BFD=60°，根据等边三角形的判定方法可得到△DEF为等边三角形．

解答：证明：

（1）∵BD⊥直线m，CE⊥直线m，

∴∠BDA=∠CEA=90°，

∵∠BAC=90°，

∴∠BAD+∠CAE=90°，

∵∠BAD+∠ABD=90°，

∴∠CAE=∠ABD，

∵在△ADB和△CEA中

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle BDA=\angle CEA\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△ADB≌△CEA（AAS），

∴AE=BD，AD=CE，

∴DE=AE+AD=BD+CE；

（2）∵∠BDA=∠BAC=α，

∴∠DBA+∠BAD=∠BAD+∠CAE=180°-α，

∴∠CAE=∠ABD，

∵在△ADB和△CEA中

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle BDA=\angle CEA\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△ADB≌△CEA（AAS），

∴AE=BD，AD=CE，

∴DE=AE+AD=BD+CE；

（3）由（2）知，△ADB≌△CEA，

BD=AE，∠DBA=∠CAE，

∵△ABF 和△ACF 均为等边三角形，

∴∠ABF=∠CAF=60°，

∴∠DBA+∠ABF=∠CAE+∠CAF，

∴∠DBF=∠FAE，

∵BF=AF

在△DBF 和△EAF 中

$$\begin{cases} FB=FA \\ \angle FBD=\angle FAE \\ BD=AE \end{cases}$$

∴△DBF≌△EAF（SAS），

∴DF=EF，∠BFD=∠AFE，

∴∠DFE=∠DFA+∠AFE=∠DFA+∠BFD=60°，

∴△DEF 为等边三角形．

点评：本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等．也考查了等边三角形的判定与性质．