选修 2-1 复习

1、充分条件与必要条件：

（1）如果 $p \Rightarrow q$，则说p是q的充分条件，

（或说q是p的必要条件）

（2）如果既有 $p \Rightarrow q$，又有 $q \Rightarrow p$，就记做 $p \Leftrightarrow q$

则说 p 是 q 的充要条件

例 判断p是q的什么条件

$p: |x-2| < 3$

$q: -1 \leq x \leq 5$

2、简单逻辑联结词

这里的“或”、“且”、“非”称为逻辑联结词。

复合命题的真假可用如下真值表来表示：

p	q	p∧q	p ∨q	¬p
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

3、含有一个量词的命题的否定

(1) 含有一个量词的特称命题的否定

特称命题 $p: \exists x \in M, p(x)$

它的否定 $\neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$

(2) 含有一个量词的全称命题的否定

全称命题 $p: \forall x \in M, p(x)$

它的否定 $\neg p: \exists x \in M, \neg p(x)$

例 写出下列命题的否定

（1）$p: \exists x \in R, x^2+2x+3 \le 0$

$\forall x \in R, x^2+2x+3>0$;

（2）p:有的三角形是等边三角形;

所有的三角形不是等边三角形;

（3）p:所有能被3整除的整数都是奇数

存在能被3整除的整数不都是奇数

（4）P:每个四边形的四个定点共圆

有的四边形的四个定点不共圆

4、求曲线方程

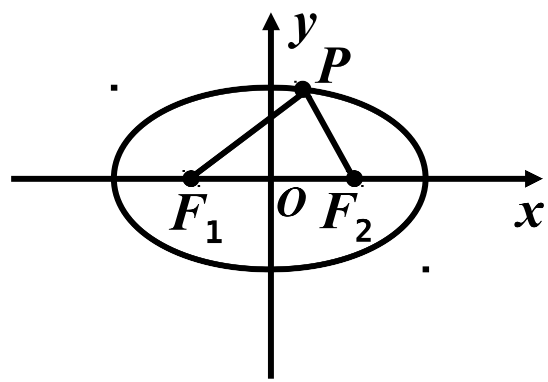
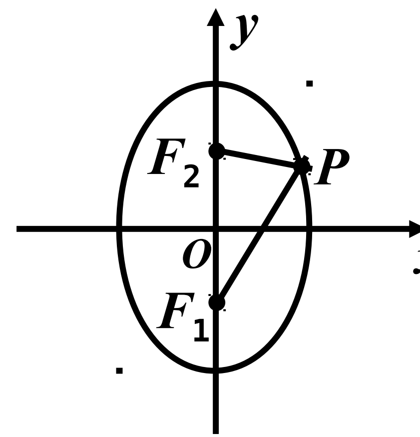
（1）一般步骤：

建（建立坐标系）
设的（点坐标）
限（找限制条件）
代（代入坐标）
化（化简方程）
验（方程与轨迹的关系）

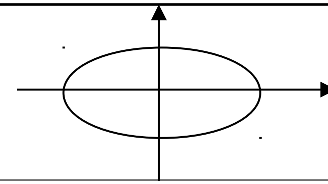
（2）一般方法：

直接法、定义法、转移法，参数法

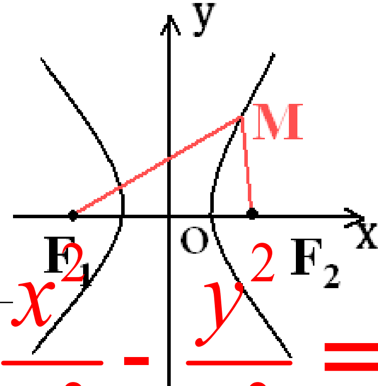
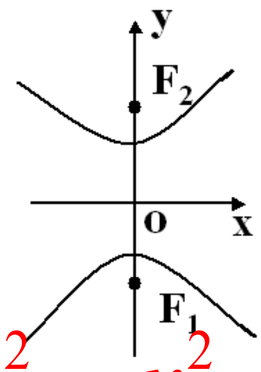
5、椭圆的标准方程

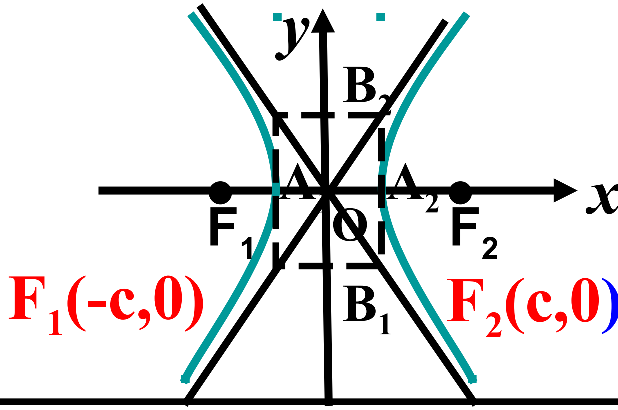
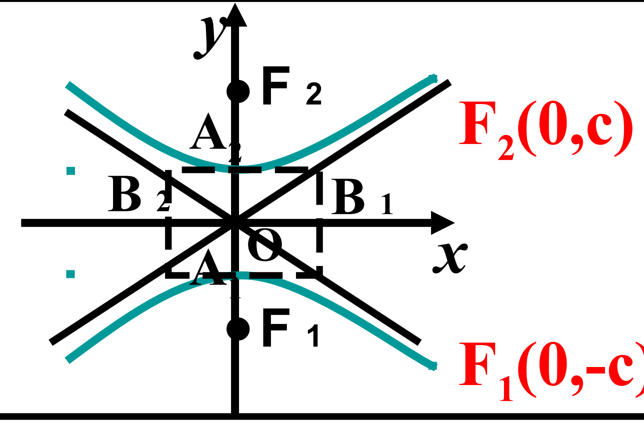
	标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$	$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\left(a>b>0\right)$
不同点	图　　形		
	焦点坐标	$F_1\left(-c,0\right)$，$F_2\left(c,0\right)$	$F_1\left(0,-c\right)$，$F_2\left(0,c\right)$
相同点	定　　义	平面内到两个定点 F_1，F_2 的距离的和等于常数（大于 F_1F_2）的点的轨迹	
	a、b、c 的关系	$a^2=b^2+c^2$	
	焦点位置的判断	分母哪个大，焦点就在哪个轴上	

5、椭圆的几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 
范围	$\lvert x\rvert\le a,\lvert y\rvert\le b$
对称性	关于 x 轴、 y 轴成轴对称；关于原点成中心对称
顶点坐标	(a,0)、 (-a,0)、 (0,b)、 (0,-b)
焦点坐标	(c,0)、 (-c,0)
半轴长	长半轴长为 a，短半轴长为 b. a>b
离心率	$e=\frac{c}{a}$
a、b、c的关系	$a^2=b^2+c^2$

6、双曲线的标准方程

定义	$\left\|\,\|MF_1\| - \|MF_2\|\,\right\| = 2a, \left(0 < 2a < \|F_1F_2\|\right)$	
图象		
方程	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	$\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{x^2}{b^2} = 1$
焦点	$F(\pm c, 0)$	$F(0, \pm c)$
a.b.c 的关系	$c^2 = a^2 + b^2$ **谁正谁对应** a	

图形		
方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$
范围	$x\geq a$ 或 $x\leq -a$, $y\in R$	$y\geq a$ 或 $y\leq -a$, $x\in R$
对称性	关于 x 轴、y 轴、原点对称	关于 x 轴、y 轴、原点对称
顶点	A_1（$-a$，0），A_2（a，0）	A_1（0，$-a$），A_2（0，a）
离心率	$e=\frac{c}{a}\quad(e>1)$	$e=\frac{c}{a}\quad(e>1)$
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$

7、 直线与椭圆的位置关系

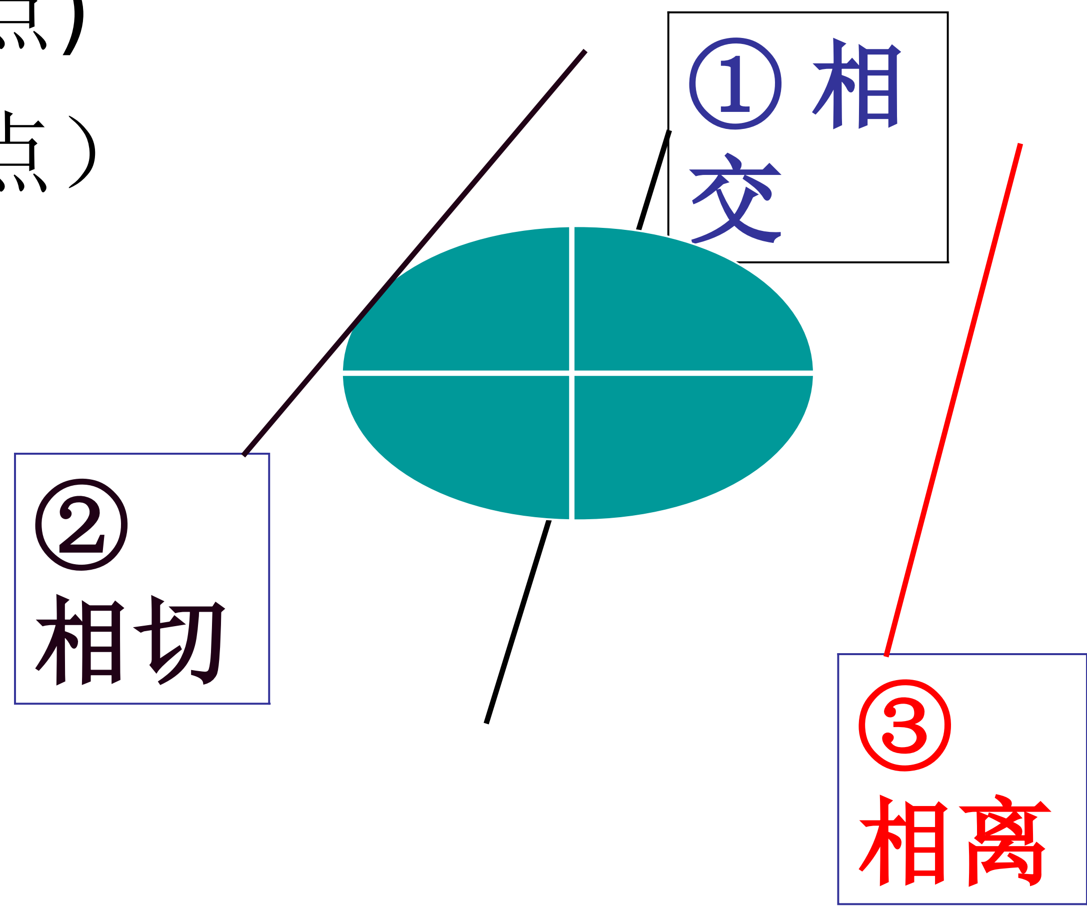
判断直线与椭圆的位置关系常用方法：

直线方程与椭圆方程联立消去x或y

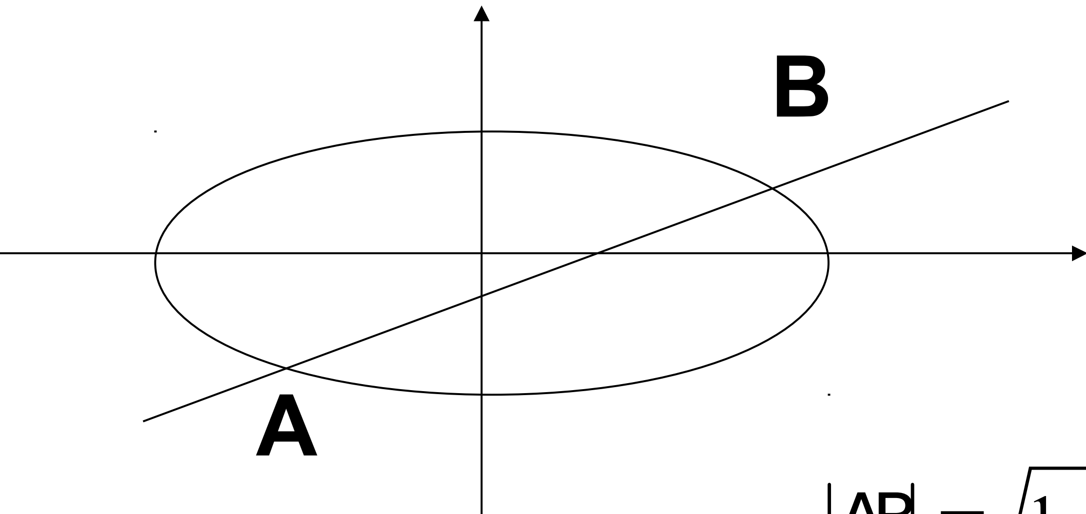
(1) 相交 $\Delta>0$ (两个公共点)

(2) 相切 $\Delta=0$ (一个公共点)

(3) 相离 $\Delta<0$ (无公共点)



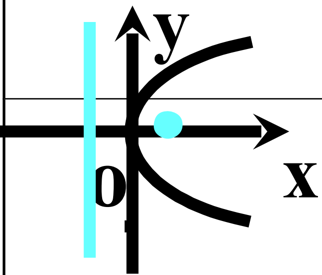
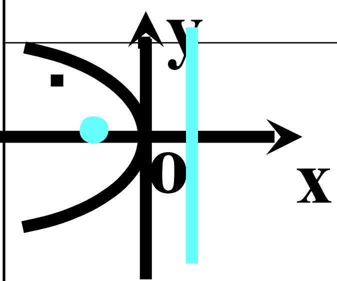
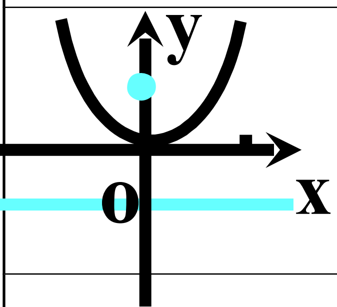
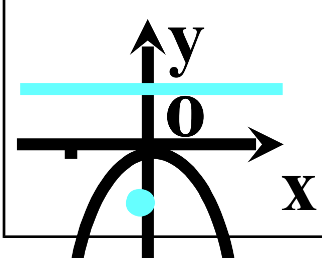
直线与圆锥曲线（椭圆，双曲线，抛物线）相交弦长公式



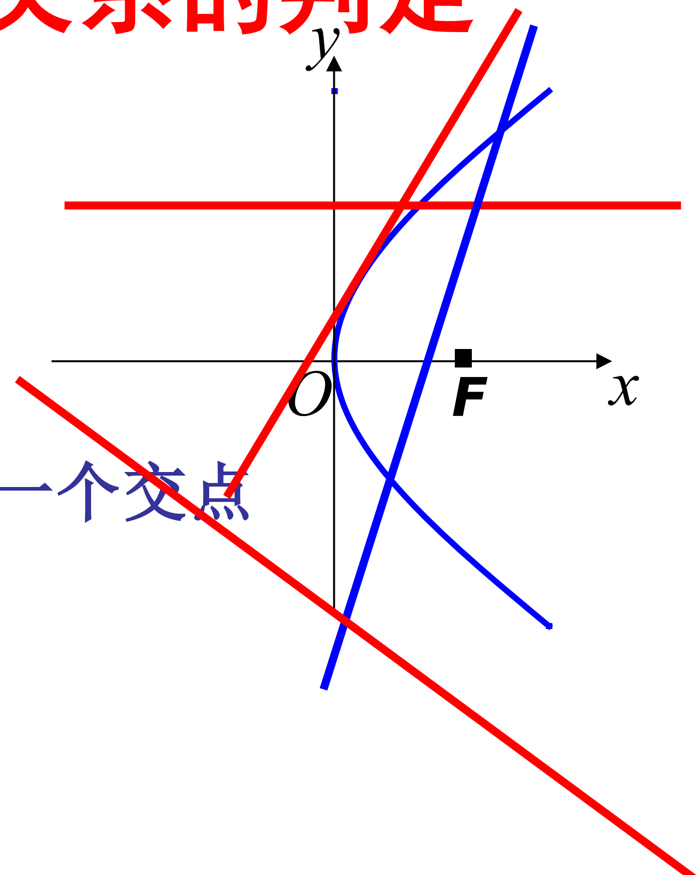
$$|AB| = \sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$= \sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\sqrt{(y_1+y_2)^2 - 4y_1y_2}$$

8、 抛物线及其标准方程

图象	开口方向	标准方程	焦点	准线
	向右	$y^2=2px$ $(p>0)$	$F(\frac{p}{2},0)$	$x=-\frac{p}{2}$
	向左	$y^2=-2px$ $(p>0)$	$F(-\frac{p}{2},0)$	$x=\frac{p}{2}$
	向上	$x^2=2py$ $(p>0)$	$F(0,\frac{p}{2})$	$y=-\frac{p}{2}$
	向下	$x^2=-2py$ $(p>0)$	$F(0,-\frac{p}{2})$	$y=\frac{p}{2}$

直线与抛物线的位置关系的判定



由方程组：$\begin{cases} Ax+By+C=0 \\ y^2=2px \end{cases}$

$\Rightarrow$ $ax^2+bx+c=0$

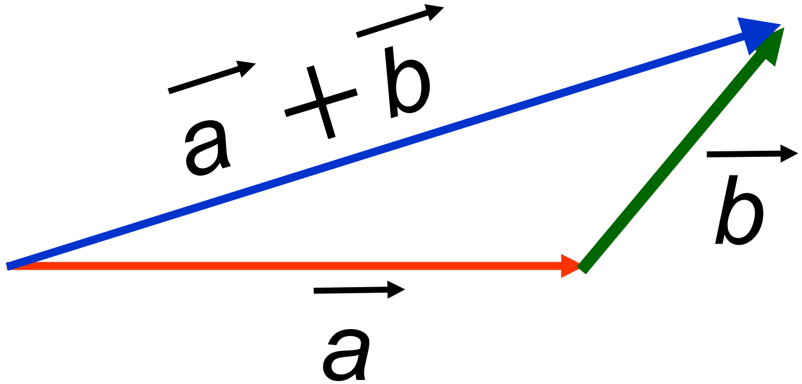
1.a=0 时 $\Leftrightarrow$ 方程组有一解 $\Leftrightarrow$ 一个交点

2.a≠0 时

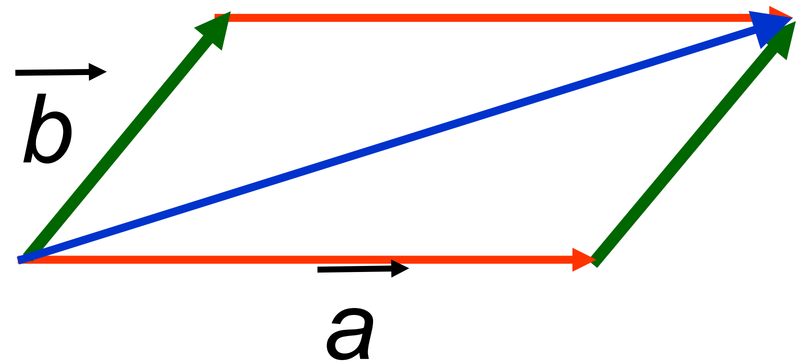
$\triangle = b^2-4ac$

$\triangle>0$	$\Leftrightarrow$	方程组有两解	$\Leftrightarrow$	两个交点	$\Leftrightarrow$	相交
$\triangle=0$	$\Leftrightarrow$	方程组有一解	$\Leftrightarrow$	一个交点	$\Leftrightarrow$	相切
$\triangle<0$	$\Leftrightarrow$	方程组无解	$\Leftrightarrow$	无交点	$\Leftrightarrow$	相离

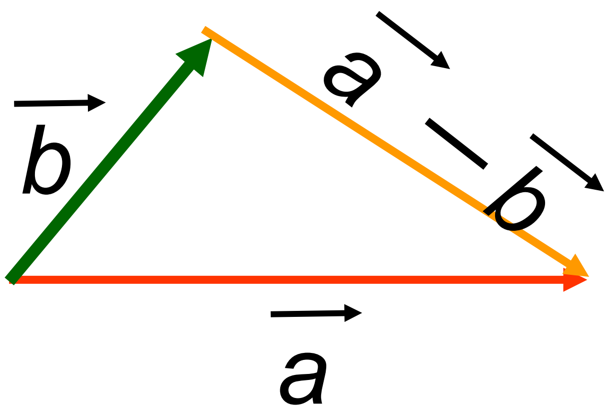
9、平面向量的加法、减法与数乘运算



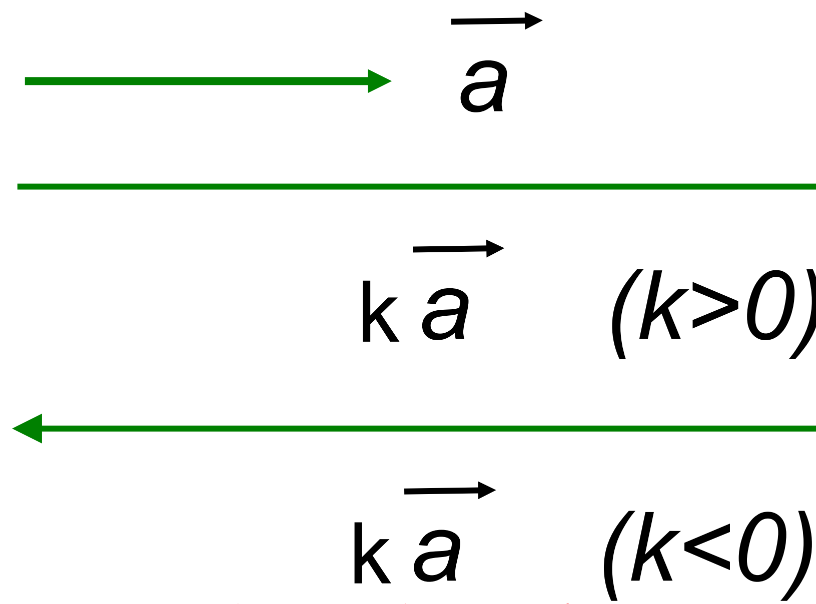
向量加法的三角形法则



向量加法的平行四边形法则



向量减法的三角形法则



向量的数乘

10、空间向量的数量积

（1）定义

设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$,则有向线段$\overrightarrow{OA}$的长度叫做向量$\vec{a}$的长度或模,记作:$|\vec{a}|$

已知空间两个向量$\vec{a},\vec{b}$, 则$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$叫做向量$\vec{a},\vec{b}$的数量积，

记作:$\vec{a}\cdot\vec{b}$,即

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$$

（2）性质

1) $\vec{a}\cdot\vec{e}=|\vec{a}|\cos\langle\vec{a},\vec{e}\rangle$

2) $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

3) $|\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$

11. 向量的直角坐标运算

(1) 坐标表示

设$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$则

$\vec{a}+\vec{b}=$ $\underline{(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3)}$；

$\vec{a}-\vec{b}=$ $\underline{(a_1-b_1,a_2-b_2,a_3-b_3)}$；

$\lambda\vec{a}=$ $\underline{(\lambda a_1,\lambda a_2,\lambda a_3),(\lambda\in R)}$；

$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ $\underline{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}$；

$\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow$ $\underline{a_1=\lambda b_1,a_2=\lambda b_2,a_3=\lambda b_3(\lambda\in R)}$；

$\Leftrightarrow$ $\underline{a_1/b_1=a_2/b_2=a_2/b_2}$.

$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow$ $\underline{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0}$；

(2) 夹角

$$\cos\langle \vec{a},\vec{b}\rangle = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}};$$

(3) 距离

$$\boxed{d_{A,B}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$$

$$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}$$

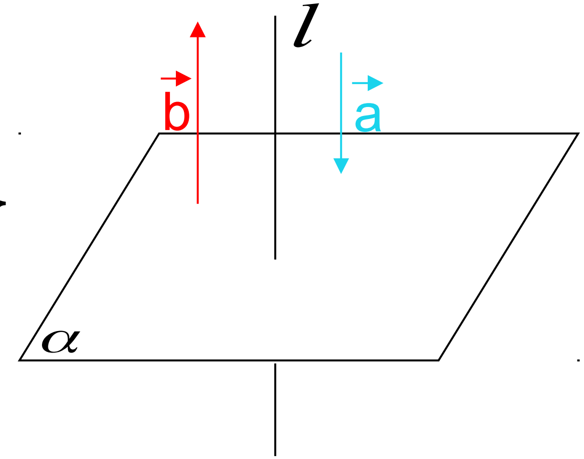
12. 立体几何中的向量方法

(1)法向量： 如果直线l ^ a平面，取直线l的方向向量a，

r

则向量a叫平面a的法向量

一个平面的法向量有无数个



（2）平行关系

设直线 l, m 的方向向量分别为 $\vec{a}, \vec{b}$，平面 α, β 的法向量分别为 $\vec{u}, \vec{v}$，则

线线平行　$l \parallel m \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$；

线面平行　$l \parallel \alpha \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{u} = 0$；

面面平行　$\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v}$.

设直线的方向向量为 $\vec{a} = (a_1, b_1, c_1)$，平面的法向量为 $\vec{u} = (a_2, b_2, c_2)$，则

注意：这里的线线平行包括线线重合，线面平行包括线在面内，面面平行包括面面重合.

$l \parallel \alpha \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{u} = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$;

（3）垂直关系

设直线 l, m 的方向向量分别为 $\vec{a}, \vec{b}$，平面 α, β 的法向量分别为 $\vec{u}, \vec{v}$，则

线线垂直 $l \perp m \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$；

线面垂直 $l \perp \alpha \Leftrightarrow \vec{a} \,//\, \vec{u} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{u}$；

面面垂直 $\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$

若 $\vec{a} = (a_1, b_1, c_1), \vec{u} = (a_2, b_2, c_2)$，则

$l \perp \alpha \Leftrightarrow \vec{a} \,//\, \vec{u} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{u} \Leftrightarrow a_1 = ka_2, b_1 = kb_2, c_1 = kc_2.$

当 $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ 时，$\vec{a} \,//\, \vec{u} \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$

（4）夹角：

设直线 l, m 的方向向量分别为 $\vec{a}, \vec{b}$，平面 α, β 的法向量分别为 $\vec{u}, \vec{v}$，则

两直线 l, m 所成的角为 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right), \cos\theta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$；

直线与平面所成的角为 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right), \sin\theta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{u}|}{|\vec{a}||\vec{u}|}$；

二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 $\theta(0 \le \theta \le \pi), |\cos\theta| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}$.

以上思考在今后的解题中会经常用到, 注意体会.

（5）距离

如图：已知CD是平面α的我一条斜线段，$\vec{n}$是平面α的法向量，

则点C到平面α的距离 $d=\dfrac{|\vec{CD}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$