

北京（文）

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 4\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{0, 4\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{3\}$

2. 下列函数中，定义域是 \mathbf{R} 且为增函数的是 ()

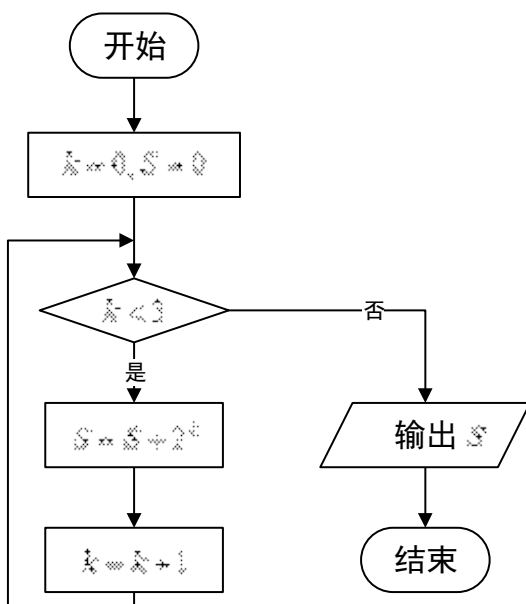
- A. $y = e^{-x}$ B. $y = x$ C. $y = \ln x$ D. $y = |x|$

3. 已知向量 $a = (2, 4)$ ， $b = (-1, 1)$ ，则 $2a - b =$ ()

- A. $(5, 7)$ B. $(5, 9)$ C. $(3, 7)$ D. $(3, 9)$

4. 执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为 ()

- A. 1 B. 3 C. 7 D. 15



6. 已知函数 $f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$ ，在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的区间是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 4)$ D. $(4, +\infty)$

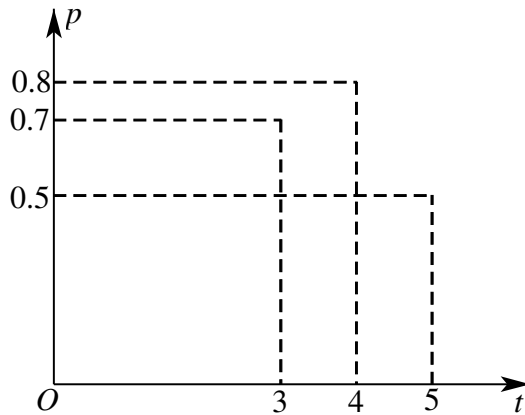
8. 加工爆米花时，爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”. 在特定条件下，可食用率

p 与加工时间 t (单位：分钟) 学 科网满足的函数关系 $p = at^2 + bt + c$ (a 、 b 、 c 是常

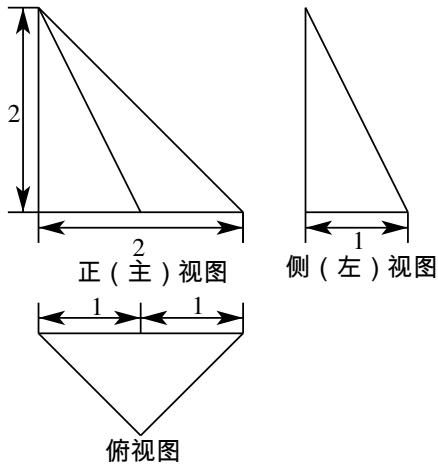
数)，下图

记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据, 可以得到最佳加工时间为 ()

A. 3.50 分钟 B. 3.75 分钟 C. 4.00 分钟 D. 4.25 分钟



11. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的最长棱的棱长为_____



12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 1$, $b = 2$, $\cos C = \frac{1}{4}$, 则 $c =$ _____ ; $\sin A =$ _____.

13. 若 x 、 y 满足 $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = \sqrt{3}x + y$ 的最小值为_____.

14. 顾客请一位工艺师把 A 、 B 两件玉石原料各制成一件工艺品, 工艺师带一位徒弟完成这项任务, 每件原料先由徒弟完成粗加工, 再由工艺师进行精加工完成制作, 两件工艺品都

完成后交付顾客, 两件原料每道工序所需时间 (单位: 工作日) 如下:

工序	粗加工	精加工
原料		

原料A	9	15
原料B	6	21

则最短交货期为_____工作日.

15. (本小题满分13分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 满足 $a_1=3$, $a_4=12$, 数列 $\{b_n\}$ 满足

$b_1=4$, $b_4=20$, 且 $\{b_n - a_n\}$ 是等比数列.

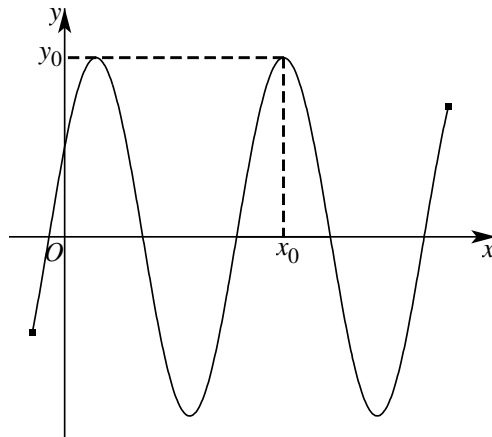
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

16. (本小题满分13分) 函数 $f(x) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的部分图象如图所示.

(1) 写出 $f(x)$ 的最小正周期及图中 x_0 、 y_0 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{12}\right]$ 上的最大值和最小值.



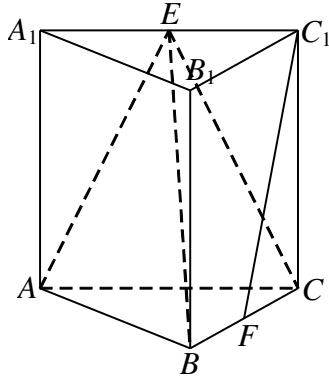
17. (本小题满分14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, $AB \perp BC$

$AA_1 = AC = 2$, E 、 F 分别为 A_1C_1 、 BC 的中点.

(1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;

(2) 求证: $C_1F \parallel$ 平面 ABE ;

(3) 求三棱锥 $E - ABC$ 的体积.



北京 (理)

1. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 (\quad)

A. $y = \sqrt{x+1}$ B. $y = (x-1)^2$ C. $y = 2^{-x}$ D. $y = \log_{0.5}(x+1)$

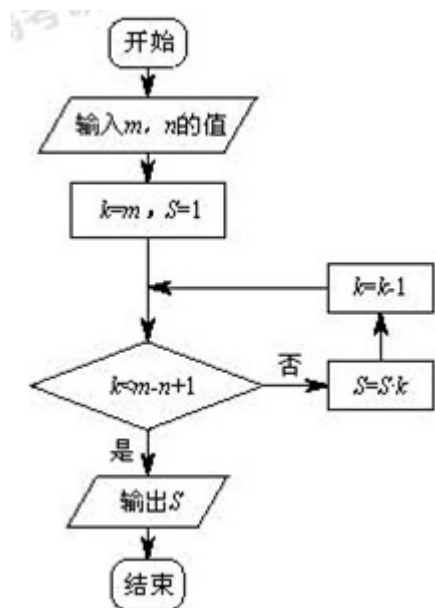
3. 曲线 $\begin{cases} x = -1 + \cos \theta \\ y = 2 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 的对称中心 (\quad)

A. 在直线 $y = 2x$ 上 B. 在直线 $y = -2x$ 上

C. 在直线 $y = x - 1$ 上 D. 在直线 $y = x + 1$ 上

4. 当 $m = 7, n = 3$ 时, 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 (\quad)

A. 7 B. 42 C. 210 D. 840



6. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ kx-y+2 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 且 $z=y-x$ 的最小值为 -4 , 则 k 的值为 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(2,0,0)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2,0)$, $D(1,1,\sqrt{2})$, 若

S_1, S_2, S_3 分别表示三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy, yOz, zOx 坐标平面上的正投影图形的面积, 则 ()

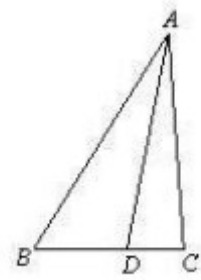
- (A) $S_1 = S_2 = S_3$ (B) $S_1 = S_2$ 且 $S_3 \neq S_1$
 (C) $S_1 = S_3$ 且 $S_3 \neq S_2$ (D) $S_2 = S_3$ 且 $S_1 \neq S_3$

9. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7 + a_8 + a_9 > 0, a_7 + a_{10} < 0$, 则当 $n = \underline{\quad}$ 时 $\{a_n\}$ 的前 n 项和最大.

15. (本小题 13 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}, AB = 8$, 点 D 在 BC 边上, 且

$$CD = 2, \cos \angle ADC = \frac{1}{7}$$

- (1) 求 $\sin \angle BAD$
 (2) 求 BD, AC 的长



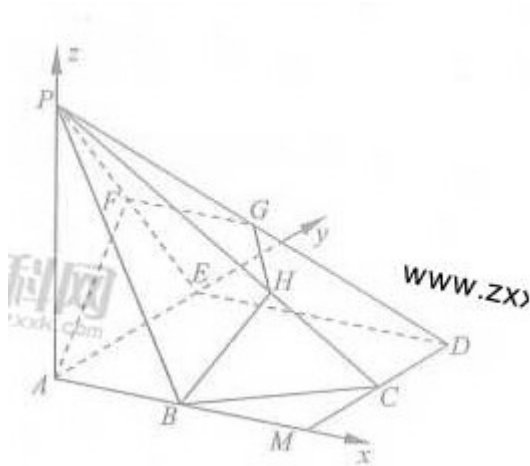
17. (本小题 14 分)

如图，正方形 $AMDE$ 的边长为 2， B, C 分别为 AM, MD 的中点，在五棱锥 $P-ABCDE$

中， F 为棱 PE 的中点，平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H 。

(1) 求证： $AB \parallel FG$ ；

(2) 若 $PA \perp$ 底面 $ABCDE$ ，且 $AF \perp PE$ ，求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小，并求线段 PH 的长。



文科答案

1C 2B 3A 4C 6C 8B

11. $2\sqrt{2}$

13. 1

14. 42 (剩下的大题应该没问题，

自己试试吧)

理科答案

1. C

2. A

3. B

4. C

6. D

7. D

9. -1

15. (共 13 分)

【解析】

$$(1) \text{ 由 } \sin \angle ADC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ADC} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \angle BAD &= \sin(\angle ADC - \angle B) = \sin \angle ADC \cos \angle B - \cos \angle ADC \sin \angle B \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{14} \end{aligned}$$

(2) 在 $\triangle ABD$ 中,

$$\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{AD}{\sin \angle B} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}, \text{ 即: } \frac{8}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{AD}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{BD}{\frac{3\sqrt{3}}{14}}$$

解得: $BD = 3, AD = 7$

在 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{aligned} AC^2 &= AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC \\ &= 7^2 + 2^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \frac{1}{7} = 49 \end{aligned}$$

$\therefore AC = 7$

17. (共 14 分)

【解析】

(1) 证明: $\because AM \parallel ED, AM \in \text{面 } PED, ED \notin \text{面 } PED$

$\therefore AM \parallel \text{面 } PED$

$\because AM \in \text{面 } ABF, AB \in \text{面 } ABF$

$\text{面 } ABF \parallel \text{面 } PED = FG$

$\therefore AB \parallel FG$

(2) 如图建立空间坐标系 $A-xyz$, 各点坐标如下:

$A(0,0,0), E(0,2,0), B(1,0,0), C(2,1,0), F(0,1,1), P(0,0,2)$

设面 ABF 的法向量为 $\vec{n} = (x_0, y_0, z_0)$, $\vec{AB} = (1,0,0), \vec{AF} = (0,1,1)$,

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AF} = 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}, \text{ 令 } y = 1 \text{ 得: } \vec{n} = (0, 1, -1)$$

$$\text{又 } \vec{BC} = (1, 1, 0), \therefore \sin \langle \vec{BC}, \vec{n} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

直线 BC 与平面 ABF 所成角为 $\frac{\pi}{6}$

$$\text{设 } H(x_1, y_1, z_1), \text{ 由 } \vec{PH} = t\vec{PC}, \text{ 则 } (x_1, y_1, z_1 - 2) = t(2, 1, -2)$$

$$\therefore H(2t - 1, t, 2 - 2t)$$

$$\text{又 } \vec{BH} \perp \text{面 } ABF, \vec{BH} = (2t - 1, t, 2 - 2t)$$

$$\therefore \vec{n} \cdot \vec{BH} = 0, \therefore t + 2t - 2 = 0, \therefore t = \frac{2}{3}, \therefore H\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), \vec{PH} = \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$\therefore |PH| = 2$$