2014 年天津高考数学模拟试题（理）

壹、选择题：

本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个答案中，只有一项是符合题目要求的.

1. 如果 $\left(3x^2-\frac{2}{x^3}\right)^n$ 的展开式中含有非零常数项，则正整数 n 的最小值为

A.3

B.5

C.6　　　　D.10

2.将 $y=2\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{3}\right)$ 的图象按向量 ***a***=$\left(-\frac{\pi}{6},-2\right)$ 平移，则平移后所得图象的解析式为

A. $y=2\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)+2$　　B.

C.　　　　D. $y=2\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{12}\right)+2$

3.设 P 和 Q 是两个集合，定义集合 P-Q=$\{x\mid x\in P, 且 x\notin Q\}$，如果 P={x|log₂x<1},Q={x||x-2|<1},那么 P-Q 等于

A．{x|0<x<1}　　B.{x|0<x≤1}　　C.{x|1≤x<2}　　D.{x|2≤x<3}

4.平面 α 外有两条直线 m 和 n，如果 m 和 n 在平面 α 内的射影分别是 m′ 和 n′，给出下列四个命题：

①m′ ⊥n′ $\Rightarrow$ m⊥n;

②m⊥n $\Rightarrow$ m′ ⊥n′

③m′ 与 n′ 相交 $\Rightarrow$ m 与 n 相交或重合；　④ $\Rightarrow$ m′ 与 n′ 平行 m 与 n 平行或重合.

其中<u>不正确</u>的命题个数是

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5.已知 p 和 q 是两个不相等的正整数，且 q≥2,则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^p-1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^q-1}=$

A．0　　B.1　　C. $\frac{p}{q}$　　D. $\frac{p-1}{q-1}$

6.若数列{a_n}满足 $\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2}=p$（$p$ 为正常数，$n\in$ **N*),则称{a_n}为“等方比数列”.

甲：数列{a_n}是等方比数列；

乙：数列{a_n}是等比数列.则

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7．双曲线 C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0,b>0）的左准线为 l,左焦点和右焦点分别为 F_1 和 F_2；抛物线 C_2 的准线为 l，焦点为 F_2.C_1 和 C_2 的一个交点为 M，则 $\frac{|F_1F_2|}{|MF_1|}-\frac{|MF_1|}{|MF_2|}$ 等于

A.-1　　B.1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

8.已知两个等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 A_n 和 B_n，且 $\frac{A_n}{B_n}=\frac{\ldots}{n+3}$，则使得 $\frac{a_n}{b_n}$ 为整数的正整数 n 的个数是

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

9.连掷两次骰子得到的点数分别为 m 和 n，记向量 $\boldsymbol{a}$=(m,n)与向量 $\boldsymbol{b}$=(1,-1)的夹角为 θ，则 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 的概率是

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C.　　D

10.已知直线 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$（a,b 是非零常数）与圆 $x^2+y^2=100$ 有公共点，且公共点的横坐标和纵坐标均为整数，那么这样的直线共有

A.60 条　　B.66 条　　C.72 条　　D.78 条

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11.已知函数 y=2x-a 的反函数是 y=bx+3,则 a=______;b=______.

12.复数 z=a+bi,a,b∈**R,**且 b≠0,若 z^2-4bz 是实数，则有序实数对（a,b）可以是____.(写出一个有序实数对即可)

13.设变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+3\geq 0,\\ x+y\geq 0,\\ -2\leq x\leq 3.\end{cases}$ 则目标函数 2x+y 的最小值为______.

14、若数列$\{a_n\}$满足 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=d$（$n\in N^*$，$d$为常数），则称数列$\{a_n\}$为调和数列。已知数列$\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$为调和数列，且 $x_1+x_2+\cdots+x_{20}=200$，则 x_5+x_{16}=______

15、若定义在R上的函数$f(x)$满足 $f(\lambda x+\mu y)=\lambda f(x)+\mu f(y)$ $(x,y,\lambda,\mu$均为实数），则称$f(x)$为R上的线性变换，现有下列命题：①$f(x)=2x$是R上的线性变换②若$f(x)$是R上的显性变换，则$f(0)=0$③若$f(x)$与$g(x)$均为R上的线性变换，则$f(x)+g(x)$是R上的线性变换④$f(x)$是R上的线性变换的充要条件为$f(x)$是R上的一次函数其中是真命题有 ______ （写出所有真命题的编号）

三、解答题：本大题共 5 小题，共 75 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16.（本小题满分 12 分）

已知△ABC的面积为3，且满足0≤≤6，　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
设和的夹角为θ.
（Ⅰ）求θ的值取范围；
（Ⅱ）求函数$f(\theta)$=2sin^{2}的最大值与　$\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)-\sqrt{3}\cos 2\theta$
最小值.

17.（本小题满分12分）
在生产过程中，

测得纤维产品的纤度（表示纤维粗细的一种量）共有100个数据，将数据分组如右表：
（Ⅰ）在答题卡上完成频率分布表，并在给定的坐标系中画出频率分布直方图；
（Ⅱ）估计纤度落在中的概率及纤度小　$[1.38,1.50)$
于1.40的概率是多少；
（Ⅲ）统计方

法中，同一组数据常用该组区间的中点值（例如区间的中点值是1.32）作为代表. 据此，估计纤度的期望.

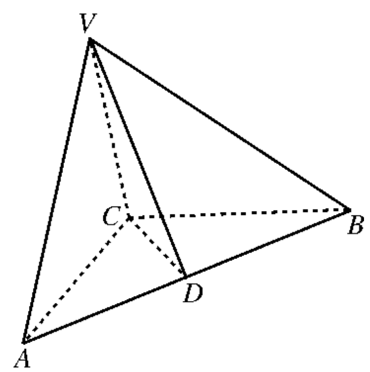
分 组	频 数
$[1.30,1.34)$	4
$[1.34,1.38)$	25
$[1.38,1.42)$	30
$[1.42,1.46)$	29
$[1.46,1.50)$	10
$[1.50,1.54)$	2
合 计	100

18.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱锥 V-ABC 中，VC⊥底面 ABC，AC⊥BC，D 是 AB 的中点，且 $AC=BC=a$，$\angle VDC=\theta$. $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$

（Ⅰ）求证：平面 VAB⊥平面 VCD；

（Ⅱ）当角 θ 变化时，求直线 BC 与平面 VAB 所成的角的取值范围.

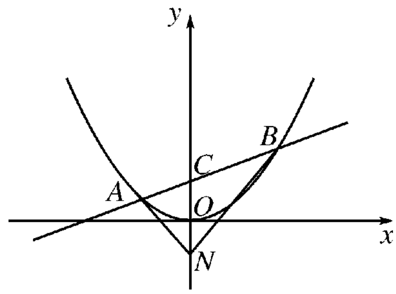


19.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，过定点 $C(0，p)$作直线与抛物线 $x^2=2px(p>0)$相交于 A、B 两点.

（Ⅰ）若点 N 是点 C 关于坐标原点 O 的对称点，求△ANB 面积的最小值；

（Ⅱ）是否存在垂直于 y 轴的直线 l，使得 l 被以 AC 为直径的圆截得弦长恒为定值？若存在，求出 l 的方程；若不存在，说明理由.（此题不要求在答题卡上画图）



20.（本小题满分 13 分）

已知定义在正实数集上的函数 $\frac{1}{2}$ $f(x)=x^2+2ax$，$g(x)=3a^2\ln x+b$，其中 $a>0$.设两曲线 $y=f(x)$，$y=g(x)$有公共点，且在该点处的切线相同.

（Ⅰ）用 a 表示 b，并求 b 的最大值；

（Ⅱ）求证：$f(x)\geq g(x)$ $(x>0)$.

21.（本小题满分 14 分）

已知 m，n 为正整数.

（Ⅰ）用数学归纳法证明：当 $x>-1$ 时，$(1+x)^m\geq 1+mx$；

（Ⅱ）对于 $n\geq 6$，已知 $\left(1-\frac{1}{n+3}\right)^n<\frac{1}{2}$，求证 $\left(1-\frac{m}{n+3}\right)^n<\left(\frac{1}{2}\right)^m$，$m=1,1,2\ldots$，$n$；

（Ⅲ）求出满足等式 $3^n+4^m+\ldots+(n+2)^m=(n+3)^n$ 的所有正整数 n.